ΛΕΞΙΚΟΝ

seu

Dictionarium Mathematicum,

in quo Definitiones, & Diuisiones continentur scientiarum Mathematicarum.

Arihmeticæ.	*Logisticæ.*
Geometriæ.	*Geodæsiæ.*
Astronomiæ.	*Harmonicæ.*

MAQMN RIĀIDIOMDINS MRQDH QĀDO

CVNRADO DASYPODIO

Authore.

AVRVM POTEN-



TIA SERVAT.

Cum Priuilegio Cæsareo ad Annos sex, & Regis Galliæ ad Annos septem.

ARGENTORATI

Excudebat Nicolaus Vvyriot.

M. D. LXXIII.

IOANNI BAPTI-
STAE HBDNRZEDIQ IV-
niori Qmpadlis Rasg-
pqdnis S. D.

IN omnibus artibus atq; disciplinis, maximè necessariũ esse videmus: prius rerum subiectarũ, atq; verborum, perceptã habere cognitionẽ: quam ad penetralia, disciplinarũ accedatur: & quæ sint rerũ attributa percipiatur. Ita enim medici, artis suæ vocabula prius explicãt: postea ad corporis humani, omniumq; membrorum explicationem: vim & potestatem medicamentorum, transeunt: idem peritos Iuris, factitare animaduertimus: in alijs deniq; artibus, atq; scientijs, eadem fieri debere, certum est. Quare & in his

nostris disciplinis, neutiquam prætereunda hæc esse iudicamus: præsertim cum certò constet: eiusmodi docendi ratione, à Mathematicis, omnium primis artium & disciplinarum doctoribus: ad aliarum scientiarum perceptionem adsequendam demanasse.

Verum quo fato factum sit nescio: vt hoc nostro sæculo: in aliis artibus, omnia politiora, atq; nitidiora appareant: rerum etiam atque verborum copia, sit maior & explicatior quàm in nostris disciplinis. Præter paucas enim Euclidis, & Hieronis definitiones atq; diuisiones rerum Geometricarum: cætera hinc & inde sparsa inuenies neq; in certum redacta ordinem: nonnulla in Onomastica Grammaticorum, sunt relata: nec nõ nisi in ipsorum reperiuntur Lexicis: cætera ita traduntur: vt tum primum explicentur:

cum ijs opus esse videtur. Sicuti fit in Opticis, Catoptricis, Astronomicis, Harmonicis, Mechanicis, & alijs his similibus artibus.

Quapropter operæ precium esse existimabam: rerum atque vocabulorum explicationem: definitiones & diuisiones omnium atq; singularum scientiarum: prius tradere, quam quæ ad exquisitam rerum Mathematicarum doctrinam pertinent, proponerem: Vt quibus hæc studia curæ essent: paratiores ad talium rerum lectionem accederent.

Vtor vero ordine & distinctione rerum naturali: non distributione Grammaticorum literis, arte quadam facta: vt vnumquodq; sub suo comprehendatur genere. Geometrica siquidem peculiarem, & à cæteris disciplinis seiunctam explicationẽ requirunt. Geodætica, & si Geo-

metricis ſint cognata: tamen & ſua propria habent vocabula: Arihmetica differt à Logiſtica: vnde & verborum explicatio, differens erit. idem de cæteris diſciplinis dico: atque omnia iuxta naturæ ſeriem: ſuo loco, atq; ordine eſſe tradenda in diſciplinis Mathematicis cenſeo.

Quod autem hanc potius Lexici mei explicationem inierim, quam vulgarem per Alphabetum factam: plures habeo mei inſtituti rationes: imprimis vero hanc ſequi volui: quia antiquiores Mathematicos, eandem docendi viam, perpetuo obtinuiſſe videam: & priore loco τὰ ὑποκείμενον γένος, *aliquando definitionibus & diuiſionibus explicant: nonnunquam factis hypotheſibus: quibus vti velint vocabulis oſtendant: interdum rebus atque vocabulis per ſe manifeſtis: vel ex alijs ſcientijs notis: ad rei ſtatim accedant expli-*

plicationem. quod licet videre apud Euclidem, Ptolemæum, Archimedem, Apollonium, Theodosium, Serenum, Pappum, Gemînum, Proclum, Theonem: omnesq; qui ante & post hos vixerunt Mathematicos.

Quæ sanè docendi via ex προγνώσει, εἰς πρόγνωσιν *diducta: vt naturæ est propior: ita etiã perceptione facilior: deinde Alphabetica vocabulorũ distinctio: Grammaticorum propria: non tantum aliena est à natura rerum: verum etiam cogitationes distrahit nostras. Nam quæ natura coniuncta sunt: literarum distinctione diuelluntur: vnde & rerũ difficilior redditur perceptio: quæ quidẽ in hac nostra antiqua Mathematicorum vocabulorũ explicatione: neutiquam fieri compertum est.*

Pauciora vero nunc, quam res ipsa

*poſtulare videbatur, edo: quia hæc tan-
tum, ex vocabulorum cum harum tum
& aliarum ſcientiarum aceruo, digeſta
habebam: neque etiam hoc tempore in co
pia meum negotium verſatur, quæ in dies
augeri poteſt: ſed à me hæc digeſta ſunt:
vt alijs viam monſtrarem: qua pari æmu
latione, mecũ contenderẽt: de cultu Ma-
thematicarum diſciplinarum: qui potiſsi-
mum (hoc præſertim tempore) in exqui
ſita vocabulorum interpretatione conſi-
ſtit.*

*Nec quicquam hactenus fuit: quod
ſtudioſos, ab harum diſciplinarum conti-
nuatione, magis abſterruerit: quam quod
magnam & rerum & vocabulorum in
his diſciplinis eſſe obſcuritatem exiſtima
rent: quæ non aliunde, quam ex nondum
diſtributis, atque vno in libro explicatis
rerum generibus orta eſt.*

Sunt

Sunt etiam alia quædam propter temporis angustiam omissa: quæ proxima editione maiore cum copia, & in alijs artibus atque disciplinis: denique exquisitiora proferemus. Vt secundum quatuor Tomorum Corporis Mathematici distinctionem: etiam vocabulorum facta sit interpretatio.

Tu interea cum tuis condiscipulis, his meis exiguis fruere laboribus: & cũ reliquis, quæ in nostris mathematicis Scholis habentur, coniunge: vt copia rerũ atq; vocabulorũ quæ in his sunt scientijs instructus: ad Mathematicorum penetralia: totiusq; Philosophiæ cognitionẽ vberiorẽ accedere poßis. Habes Patrem Ioan. Baptistam Heintzeliũ: & Paulum patruũ: viros singulari prudentia atq; doctrina eximios: & in his studijs optime versatos: quorũ vestigijs si insistes, & monitis

ipsorum obtemperaueris: cursum tuorum studiorum in his nostris Scholis fœliciter absolues: & ad Musicæ cognitionem quam habes: reliquarum scientiarum perfectiorem adiunges perceptionem: vt & Reipub. literariæ ciuis salutaris fias: & spem quam de te tuisq́ studijs concepimus non fallas. Vale Cal. Feb. 1573.

INDEX RERVM

MEMORABILIVM, QVAE IN *hoc opere continentur.*

Astro-

Logi-

FINIS.

Index Græcus.

Βάσις

Ioan. Sturmius.

CONRADO DASYPODIO, nostra Academia non habet: à quo maiora expectem in hoc tempore, in Mathęmaticis. Probata mihi est hominis diligentia, doctrina, veritas, fides. Si quæ animo complexus est: & quæ parturit: in lucem edere posset: credo nostra ætas, neque Euclidis, neque Archimedis ætati cederet. si non ingenijs maximorum hominum: at certè facultate doctrinæ, atque librorum: quæ ab illis maximis viris nobis relicta: & sese & imitatores, & successores excitabit.

LEXICON MATHEMATICVM.

Vocabula Arithmetica, ſeu definitiones & diuiſiones Arithmeticæ.

ARITHMETICA EST SCIENtia, quæ uim & naturam numerorum tradit: adfectiones etiam & accidentia per ſe eorundem explicat.

Logiſtica eſt ſcientia, aut contemplatio numerorum denominatorum: non autem numerorum per ſe & abſolute ſumptorum: quæ in taliũ numerorum operatione atq; calculatione perficitur.

Diuiditur uero Arithmetica in linearium numerorum contemplationem, & planorum, atq; ſolidorum. quia ſpecies numeri per ſe conſiderat: quæ ab unitate progreſsionis initium faciunt: præterea numerorum planorum & ſolidorum: ſimilium quoque atq; diſsimilium generationes, & ad tertium uſq; incrementum progreſsiones explicat.

Logiſtica quoq; diuiditur in ſupputationem quæ fit compoſitione & alteram quæ fit reſolutione. Compoſitoria calculatio, rurſus eſt duplex: uel enim uul-

garis & naturalis dicitur: uel artificialis atq; Astronomica. Ita quoque logistica resolutoria duplex est, quia uel utitur finita hypothesi, uel infinita.

Vnitas est principium omnis numeri: uel est illa quæ cum numerus nõ sit: tamen uim habet procreandi numeros. Fons & radix atq; ansa omnis multitudinis: secundum quam unumquodq; eorum quæ sunt & existunt: unum esse dicitur. Logistica uero scientia utitur uno tanquam unitate: quia illud minimum est rerum eiusdem generis, cadentium sub eandem multitudinem.

Numerus est multitudo ex unitatibus composita: numerorum uerò uis & essentia in infinitum se extendit.

Numerus primo diuiditur in eos qui nominantur pars, partes, multiplices: deinde pares, impares, primos, compositos, qui quidem omnes appellantur numeri lineares.

Quando uerò duo numeri sese mutuo multiplicantes: aliquem produxerint numerum: tum is qui producitur: nominatur planus. cuius latera sunt, numeri sese mutuo multiplicantes.

Quando uero tres numeri sese mutuo multiplicauerint: & aliquẽ produxerint numerum: tum is qui producitur appellatur solidus: cuius latera sunt, numeri sese mutuo multiplicantes.

Ex his quidam numeri sunt quadrati, alij uero cubi, nonnulli etiam quadrate quadrati, & quadrate

cubi:

cubi: deniq; alij his consimiles.

Quadratus itaq; numerus est qui æqualiter æqualis est: uel quem duo numeri æquales continent. Vel is numerus qui in seipsum multiplicatur: uel seipsum multiplicat, uel qui fit ex multiplicatione numeri alicuius in seipsum. & is numerus appellatur latus quadrati numeri: ipse uero quadratus numerus appellatur potentia. cuius nota apud Græcos est litera Δ *à Latinis census, uel quadratus, cuius nota* ʒ *cũ numeri nota sit* ℞, *& lateris seu radicis* zᶓ. *Vt in hoc exemplo 3. est numerus uel radix: & 9 est quadratus uel census. Nam 3. numerus in seipsum multiplicatus producit 9. Ergo 3. est latus uel radix numeri 9.*

Numerus Cubus est is qui æqualiter est æqualis æqualiter: uel qui tribus æqualibus continetur numeris: uel etiam qui seipsum multiplicans, & postea numerum ex tali multiplicatione productum: uel deniq; qui nascitur ex numero quadrato, multiplicato in sua latera, cuius character & nota est litera Græcorum κ, *apud Latinos uero* Cᶓ. *Vt Cubus est numerus 27. quia 3. numerus, multiplicatus in suum quadratum 9, producit 27.*

Quadrate quadrati (uel censi censici, ut uulgo nominant) numeri sunt: qui fiunt ex multiplicatione numerorum quadratorum: si in seipsos multiplicati fuerint, atq; quadrate quadratorum, uel censi censicorũ, characteres apud Græcos sunt ΔΔ. *Latini denotant nota hac* ʒʒ. *Exempli gratia, numerus 81. est quadra-*

te quadratus: quia numerus 9. quadratus, in seipsum multiplicatus, produxit 81. uel quod idem est: numerus 3. multiplicatus in numerum 27. produxit numerum 81.

Quadrate cubus uel censicubus est, qui ex quadrato fit multiplicato in cubum sui lateris: & eius character est Δκ apud Græcos: Latini eum notant charactere *isto* ʒce : *Vt pote exempli loco sit numerus 243. qui est quadrate cubus:*Nam *9. numerus est quadratus, qui numerus in 27. cubum, multiplicatus producit 243.* Vel *quod idem est numerus 3. in numerum 81. quadrate quadratum ductus: facit numerum 243.*

Cubice cubus uel cubus de cubo est qui ex cubo in seipsum multiplicato producitur: cuius nota est Græ*corum quidem* KK. Latinorũ *uero* ce ce : *ut cubice cubus est numerus 629.* Nam *27. cubus, seipsum multiplicans hunc produxit. uel quod idem est numerus 9 quadratus, multiplicatus in numerum 81. quadrate quadratum, & numerus 3. in 243. numerum quadrate cubum: produxit numerum 629.*

Explicatio itaq; horum talis est.

Græcæ notæ.

3 —— 9 —— 27 —— 81 —— 243 —— 629 ——

S —— Δ —— K —— ΔΔ —— Δκ —— κκ ——

Latinæ notæ.

ꝛe —— ʒ —— ce —— ʒʒ —— ʒce —— cece ——

Fit

3 3
Fit autē quadratus hoc modo 3. Cubus uero 9 atq;
3 3 9 27
quadrate quadratus 3 9 numerus uero quadrate cub9
3. 3. 3 9 27
3. 9. 27. *Tandē numerus cubice cubus sic exprimi-*
9 27. 81. *tur* 3. 9. 27. 27. 81. 243. 729.

Simplices itaq; numeri iuxta nominis uim & potestatem, ex his numeris sunt: Radix seu latus, quadratus, & cubus: compositi uero quadrate quadratus, quadrate cubus, & cubice cubus. Numerus uero qui etsi nihil de his habeat proprietatibus: ueruntamen in se continet unitatum multitudinem: appellatur numerus irrationalis. cuius caracter est nota hæc S. *quamuis & aliud sit signum, quod positione & loco moueri nequit, & in numeris finitis est. ipsa inquam unitas. Cuius unitatis signum & nota est, litera* μ. *cum adiecta sibi nota o sic* $\overset{o}{\mu}$.

Quod si ergo numeri simplices sese mutuo, & inter se, & compositos multiplicauerint: producuntur numeri tam simplices quam compositi. Vt, numerus 3, simplex in seipsum multiplicatus, producit numerum 9 quadratum, ac simplicem: & in numerum 9. multiplicatus, qui est quadratus simplex, producit numerum simplicem 27. cubum: At si multiplicatus fuerit in numerum 27 cubum simplicem: producit numerum 81. quadrate quadratum compositum. atq; sic

de cæteris. Verum numeri compositi, etsi in seipsos, aut etiam inter se multiplicati fuerint: tamen nō producent numeros, certa & definita nomina habentes. Vt si numerum 81. quadrate quadratum compositum multiplicauero in seipsum: produco quidem numerū 6561. Verum alio nomine eum appellare nequeo: nisi quod & ipsum quoq; nominem quadrate quadratum. Tum enim numerum 81 sumo tanquam quadratum: & numerum 9 ut numerum, non autem tanquam quadratum: & sic quoq; in cæteris.

Pars est magnitudo, alterius magnitudinis: minor maioris, quando minor exactè metitur maiorem.

Multiplex est maior minoris: quando per minorē exacte diuiditur: eodem modo dicitur & numerus alterius numeri pars esse atq; multiplex.

Omnis pars denominata, ab eo denominatur numero: qui tot habet unitates: quoties pars exacte metitur totum.

Pars nomine par est, quæ cum sit pars: nomen habet à numero pari.

Impar nomine pars est: quæ cum sit pars, nomen accipit à numero impari.

Eiusdem nominis partes dicuntur: quæ ab eodem numero nomen habent.

Diuersi nominis partes uero dicuntur: quæ à diuersis numeris nomen habent.

Vniuscuiusq; finitæ magnitudinis diuisio prima, facta in quotcunq; partes æquales: dicetur facta esse

in

in partes. quarum unamquamq; solam & simpliciter, atq; totam sumptã appello μοῖραν, partem μέρη. particulas uel minutias, aut partem uel minũtum uoco: partes aut partem, uel minutias aut minutum, aut partis partem, seu partis minutum.

Quando una pars diuiditur in sexaginta particulas æquales: tum eiusmodi particulæ nominentur minuta prima, seu scrupula prima.

Secundum uero appellatur minutum sexagesima particula minuti primi: & tertium secundi: & sic in sequentibus.

Numerus numerum posse dicitur, quando numerus eius quadratus, est æqualis numeris quadratis datorum numerorum. Atq; hæc quidem sunt de ijs dicta quæ in compositoria ratione calculandi existunt.

Verum in doctrina resolutoriæ Arithmeticæ sic dicimus: Quemadmodum numerorum partes eiusdem nominis appellantur eodem nomine quo ipsi numeri. Vt à numero 3. pars tertia, à numero 4. pars quarta. sic & nunc in numeris denominatis aut certis nominibus ipsis impositis: nos partes eiusdem nominis similiter denominabimus à numeris. Vt à numero, numerata pars, à quadrato, quadrata pars, à cubo, cubica pars, à quadrate quadrato, quadrate quadrata pars: à cubicubico, cubicubica pars.

Numerata itaq; pars est, ut in superiori exemplo maneamus, tertia unitatis pars. quia numerus erat 3. & in reliquis omnibus similiter. Quadrata pars ue-

ro est 9 pars unitatis. quia quadratus erat numerus 9. Cubica pars est unitatis 27. quia numerus cubus erat 27.

Quadrate quadrata pars est unitatis 81. quia numerus quadrate quadratus erat 81. Sic quadrate cubica pars est 243. Nam quadrate cubus numerus est 243. Deniq; cubicubica pars est 729. quia cubicubicus numerus erat 729. Habebit uero unaquæq; harum partium ad punctum numeri eiusdem nominis lineam quæ speciem ipsam distinguat. Atq; hæc satis sint hoc in loco dicta de uniuscuiusq; numeri appellatione & nomine.

Additio numerorum est, quando duobus aut pluribus numeris propositis illi inter se componuntur: atq; fit numerus totus, qui omnes propositos numeros in se continet.

Subtractio numerorū est: quando duobus numeris propositis: minor à maiore subtrahitur: atq; relinquitur aliquis numerus: quem etiam appellant reliquum & relictum: qui deniq; duorum propositorum numerorum excessum commonstrat.

Multiplicatio uero est, uel numerus numerum multiplicare dicitur: quando quot in numero multiplicante fuerint unitates: toties componitur numerus multiplicandus: atq; producitur aliquis numerus.

Aliter, numerus numerum multiplicare dicitur: quando quot in numero multiplicante fuerint unitates: toties numerus multiplicandus cōpositus uel additus

ditus: aliquem producit: quem etiam metitur, secundum unitates quæ sunt in numero multiplicante.

Diuisio numerorum est, quando æqualiter numerus diuisor metitur numerum diuidendum: & unitas numerum quotientem: per quem diuisor metitur numerum diuidendum.

Diuisio numerorum est, quando quot fuerint in numero per quem diuisor metitur diuidendum (hunc uocant quotientem) unitates: toties etiam diuisor metitur diuidendum numerum.

Aliter, Diuisio numerorum est, quando quærimus quam rationem habet unitas ad quotientem: eam quoque habeat diuisor, ad diuidendum, & è contra.

Si pars parti fuerit addita: quæro an ex ipsis fiat pars.

Si pars à parte fuerit ablata: quæro utrum quod reliquum est sit pars uel partes eiusdem totius sub intelligendum est.

Quando multitudo partium tantũ, uel partium & minutiarum, uel minutiarum tantum: aut unam partem aut unum minutum: uel tale quippiam horum in alia huiusmodi multiplicauerimus: tum querimus ex eodem genere tantum: quantum scilicet esse possit: quod eam habeat rationem ad multiplicandum, secundum multitudinem & magnitudinem, quam habet multiplicans ad unum.

Si multitudo partium tantum, uel partium & minutiarum, uel minutiarum tantum: uel unam partẽ,

A v

aut unum minutum: uel qualecunq; horum per alia huiusmodi diuiserimus: quærimus ex eodem genere tantum: quantum scilicet id sit quod poßit eam habere rationem ad unum: secundum multitudinem & magnitudinem, quam rationem habet quod ad diuidendum proponitur: ad id per quod diuidit.

Si datus numerus fuerit additus dato numero: tum totus datus erit.

Et si à dato numero, ablatus fuerit numerus datus: reliquus datus erit.

Et si numerus datus, uel seipsum uel aliquem alium datum numerum multiplicauerit: atq; quendam produxerit numerum: etiã numerus productus datus erit.

Deniq; si datus numerus per datum aliquem numerum fuerit diuisus, atq; prodierit aliquis numerus: tum & quotiens numerus erit datus: imo dati numeri latus, etiam dabitur.

Postquam ergo explicui uniuscuiusq; numeri appellationẽ in Arithmeticæ contemplatione, transibo nunc ad cõpositiones, siue additiones, subtractiones, multiplicationes, & diuisiones eorundem. Propterea quod contingat multa inde nasci problemata arithmetica: orta scilicet ex numerorum additione, subtractione, multiplicatione: atq; ratione quam inter se habent. uel quisq; ad suum latus, uel singuli ad sua latera. Itaq; bene se tum res habebit: si quis hanc inceperit doctrinam: ut exercitatus sit in additione & subtractione, atq; multiplicatione specierum. Ex multiplica-

plicationibus uero tibi facillimæ erunt propositarum specierum diuisiones. Quantum uero attinet ad multiplicationes: illæ tibi propter nomina, quæ explicata iam sunt, erunt manifestæ.

Numerus ergo in numerum multiplicatus, producit quadratum. ut 3 in seipsum producit 9. sed in quadratum producit cubum: ut 3 in 9 facit 27. in cubum uero, quadrate quadratum producit: ut 3. in 27. facit 81. quod si multiplicetur in quadrate quadratum: tum producit quadrate cubum, ut 3 in 81. producit 243. deniq; si multiplicetur in quadrate cubum: producit cubicubicum, ut 3. in 243. producit. 729.

Ita etiam quadratus uel census in quadratum multiplicatus: producit quadrate quadratum: ut 9. in seipsum producit 81. & in cubum quadrate cubum. Vt 9. in 27. producit 243. quod si uero in quadrate quadratum fuerit multiplicatus: producit numerum cubicecubum. Vt 9. in 81. producit 729. Cubus deniq; in cubum multiplicatus: producit cubicecubum. ut 27. in seipsum: producit numerum 729.

De partibus uero horum numerorum alijs in locis dicetur: nunc uero faciamus mentionem rationis, proportionis, & similitudinis.

Est itaq; ratio: duorum numerorum inter se habitudo quædam. Ex rationibus uero, aliæ quidem sunt maiores, aliæ minores, quædã æquales. Ratio quidem æqualitatis una eademq; est: & omnes reliquas antecedit: estq; elemẽti loco: æquales uero rationes sunt,

quas secundum eandem examinamus æqualitatem: quam inter se habent. Vt unum ad unum, & duo ad duo, & decem ad decem, & centum ad centum. Inæquales autẽ rationes, aliæ quidem sunt multiplices, aliæ uero superparticulares: sunt deniq; rationes quæ neutrales existunt. Eodem modo sunt rationes minoris inæqualitatis sub super particulares: uel neutrales.

Habent uero hæ rationes certos quosdam terminos. nominamus autem terminos: ea quæ eiusdem uel generis uel speciei sunt: atq; in ipsa assumuntur comparatione. uel inter se conferuntur. quorum alter appellatur & est antecedens: alter uero consequens. Adhæc ratio multis sumitur modis: quia est ratio permutata, euersa, postea compositio rationis: diuisio rationis: conuersio rationis: & exæquata ratio, de quibus tradit Euclides.

Proportio uero est rationum similitudo: ut eadem rationum collatio: quæ uel est ordinata, uel inordinata. Præterea proportio quoque dicitur uel coniuncta, uel disiuncta. coniuncta uel contigua proportio, ad minimum in tribus consistit terminis. Deiuncta uel disiuncta ad minimum terminos habet quatuor. quanquam & continuata proportio, quodammodo in tribus consistat terminis: dum medium bis sumimus.

Sciendum tamen quod decem sint numerorũ proportiones: quarũ prima appellatur Arithmetica, cuius proprium est, ipsa circa multitudinem in excessibus similitudo eadem: Altera uero Geometrica, cuius

pro

proprium est eadem circa rationũ in excessibus similitudo. Tertia Harmonica: *quando est ut maior ad minimum, sic differentia maiorum, ad differentiam minorum.* Quarta *quæ harmonicæ proportioni est contraria: ut se habet maximus terminus ad minimũ: sic se habet minorum differentia: ad maiorum differentiam.* Atq; *hæ sunt* Pythagoræ & Pythagoricorũ *tot talesq́; proportiones: reliquæ uero à* Neotericis *sunt inuentæ.*

Tandem numeri proportionales sunt: quando primus secundi, & tertius quarti æqualiter fuerit multiplex, uel eadem pars, aut eædem partes.

Similes uero numeri plani atq; solidi sunt: qui latera habent proportionalia.

Perfectus numerus est, qui suis partibus est æqualis.

Vocabula seu definitiones & diuisiones Geometriæ.

G*Eometria est scientia magnitudinum: & eorum quæ his accidunt.* Vel *Geometria est scientia, quæ uersatur circa quantitatẽ continuam; sineq; motu existentem: quæ etiam syllogisticis necessarijsq́; per axiomaticas sentẽtias demonstrationibus factis: inuenit longitudinis, & latitudinis, atque profunditatis dimensionem.* Veteres *sane cognitionẽ*

illam

illam superficierum planarum: distinxerunt à scientia corporum solidorum: nam illam appellarunt Geometriam: sicuti & Plato fecit in Politeia: hanc uerò quæ tractat corpora solida: Stereometriam. Veruntamen recentiores, propterea quod utraq; harum scientiarum, uersetur circa magnitudinis contemplationem: communi etiã nomine appellarunt Geometriam. atq; illas coniunxerunt: quasi una sit doctrina, quia uersantur circa eundem scopum, ut iam dictum est. Vt enim in planis sunt figuræ rectilineæ, & circulares, & mixtæ. Sic quoq; in solidis corporibus, quædã constant ex planis rectilineis, alia uero ex circumferentialibus, nonnulla deniq; ex mixtis.

Proclus etiam inquit Geometriam diuisam esse in contemplationem planorum, & Stereometriam: quia non est propria aliqua de punctis & lineis doctrina: sicuti neq; figura fieri posset ex his absq; superficiebus planis aut solidis: Omnino itaq; Geometriæ officium est atq; munus positum in eo: ut superficies planas, & solida corpora constituat, constitutaq; inter se conferat, aut diuidat.

Alij uero sic dicunt: Terræ dimensio diuiditur in duo: Geometriam inquam, & Geodæsiam. Nam areæ aut spacij alicuius artificiosa dimensio: est sane terræ dimensio: & meritò appellatur Geometria: Verum unius alicuius, eiusdemq; loci distributio & distinctio: respectu diuersarum personarum: est terræ distributio atq; diuisio: eamq; ob causam Geodæsia appella=

pellatur: siquidem δαίω, idem est quod diuido, distribuo. At unaquæq; harum rursus in duo alia subdiuiditur: Nam Geodæsia intèrdum quidem distribuit segmenta in similes figuras: interdum uerò in dißimiles. similes quidem, ut si quoduis quadrangulum oblongum, distinguit in tres figuràs quadrangulas oblongas. dißimiles autem tum, quando eadem figura quadrangula oblonga, diuiditur in duos triangulos rectangulos. Sic quoq; Geometria diuiditur in duo. in id quod simplex est: & in id quod est compositum: Simplex quidē quando quamuis aream quadranguli oblongi contemplatur: Compositum uero, cum geometra cōsiderat figuram ξυστροειδὲν sic dictam à Græcorum litera ξ, quia hanc ipsam figuram rursus resoluimus in simplices figuras: easq; metimur.

Punctum est cuius nulla est pars: uel unitas quæ positionem in se recipit, uel terminus sine interuallo, uel deniq; lineæ terminus. Linea uerò est longitudo absq; latitudine: aut puncti fluxus: aut magnitudo unam habens dimensionem quæ fit in longum. Verum Geometræ triplici modo utuntur linea: uel pro finita ex utraq; parte: uel ut ex una quidem parte infinita: ex altera uero finita: deniq; tanquam ea quæ ex utraq; parte est infinita. Plato uero duas simplicißimas & principalißimas ponit species lineæ. rectam inquam lineam, & circumferentialem: reliquas omnes linearum species cōstituit fieri ex harum mixtione: tam eas quæ speciem helicæ habere dicūtur: quarum aliæ sunt

planæ:

planæ: aliæ autem circa corpora solida essentiam suã habent: quam & illas species linearum curuarũ, quæcunq; per corporum solidorum sectiones fiunt.

Videtur autem punctum imaginem præ se ferre unius, quoniam punctum nullum habet partẽ: & quia post unum tres sunt essentiæ, finitum, & infinitum, & mixtum. iuxta hæc inquam tria in rerum natura existentia: constituit species linearum, et species angulorum, & species deniq; figurarũ: Fini uel finito sane proportione correspondet circumferentia, & angulus circumferentialis, & circulus in planis, atq; sphæra in solidis. Infinito uero rectũ iuxta hæc omnia. quoniam singillatim per omnia hæc proprie in unoquoq; imaginatione conceptum transit. mixtam deniq; quæ in his omnibus est, proportionalem mixto quod in altero erat. Siquidem & lineæ mixtæ sunt, ut helicæ: & anguli mixti ut angulus semicirculi, & corniculatus angulus: & figuræ planæ mixtæ: ut segmenta circulorum, & hapsides. Solidæ uero ut Coni & Cylindri, & his similes figuræ. Quare finitum & infinitũ, atq; mixtum his omnibus insunt. Quamuis & Aristoteles in eadem sit cum Platone sententia. Quia inquit omnis species lineæ, uel est recta, uel circumferentialis, uel ex his mixta: ideoq; etiam tres sunt motus, quorum alter est rectus, alter circularis, deniq; est motus mixtus.

Recta linea est, quæ ex æquo inter sua est posita puncta: aut cuius media extremitates obumbrant: uel

etiam

etiam breuißima extenſio: ex omnibus ijs, quæ eadem cum ipſa habent extrema puncta. aut linea quæ ad extremum eſt dilatata & extenſa : uel etiam cuius pars non eſt in hoc plano ſubiecto: altera uero eius pars, in plano ſublimiore. aut recta linea eſt cuius omnes partes, omnibus applicatæ partibus conueniunt: uel etiam quæ manentibus extremis terminis: & ipſa quoq; manet. uel deniq; recta linea eſt, quæ poſt illam unius eiuſdemq; ſpeciei lineam: ſola figuram nõ facit.

Geminus uero diuidit lineam primum quidem in eam quæ non eſt compoſita: & eam quæ compoſita eſt. uocat autem compoſitam: quæ inclinata & inflexa, uel retracta angulum facit. deinde compoſitam diuidit in eam quæ figuram facit: & eam quæ in infinitum extenditur. Dico autem figuram facere, lineam circularem Clypeiq; lineam, quæq; hæderæ ſimilis eſt. Figuram uero non facere, ſectionem coni rectanguli, Amblygonij coni, & conchoiden, deniq; lineam rectam: omnes inquam has. Poſtea iuxta aliam rationem, lineam incompoſitam: aliam dicit eſſe ſimplicem: aliam uero mixtam. Simplicem uero aliam quidem figuram facere ut circularem: aliam uero eſſe infinitam: ut lineam rectam. Mixtam rurſus diuidit in eam, quæ in planis eſt: & eam quæ in ſolidis. rurſus quæ in planis eſt, alteram quidem in ſeipſam concidere qualis eſt, quæ figuram refert hæderæ, & Ciſſoidis dicitur. Alteram uero in infinitum extendi, ut Helicem. quæ uero in ſolidis ſunt: aliam quidem conſti-

B

derari secundum solidorum sectiones: aliam uero clta ca corpora consistere: quia linea quæ circa sphæram, uel conum delineatur, dicitur circa solidas constitui figuras. Conicas uero sectiones uel Speyricas: ab eiusmodi fieri & procreari solidorum sectione.

Sunt autem tres conorum sectiones hæ: parabole, hyperbole, & Elleipsis. Speiricæ sectiones ita se habent, ut altera sit incuruata, implicata, similis caudæ equinæ. Altera uero in medio quidem est latior, ex utraq; uero parte deficit est etiam alia quæ oblonga cum sit, in medio: interuallo utitur minore: sed ex utraque parte dilatatur. Deniq; aliarum mixtionum infinita est multitudo: sicuti & figurarum solidarum multitudo infinita est: earumq; sectiones constituuntur multiformes. Neque enim recta linea secundum circulum mota, facit superficiem: neque conicæ lineæ, aut conchoides, & ipsarum circumferentiæ. Quare omnibus modis certum est quod solida corpora, si secẽtur: patefaciunt multifarias species linearum. Ex ijs uero quæ circa solida constituũtur lineis: aliæ quidem sunt ex similibus partibus factæ: ut sunt helices quæ sunt circa cylindrum, aliæ uero non sunt ex similibus partibus factæ, ut sunt cæteræ omnes.

Ex his itaq; diuisionibus concluditur: quod tres tantum sint lineæ similium partium: linea recta, circularis, & helix cylindrica. duæ quidem in plana superficie simplices: una uero mixta. circa solidum. atq; hæc sunt nomina: & hæ diuisiones linearum.

Est

Est autem & alia lineæ diuisio, utpote talis. linea diuiditur in id quod simplex est, & quod compositū. Ex simplicibus lineis, alia quidem est recta, alia uero circumferentialis. Recta quidem est, quæ non declinat, sed erecta est: circumferentialis uero, quæ & circularis est. Rursus ex compositis, una quidem est Xystroidis, altera autem Conchoeidis. Xystroidis est ipsa Græcorum litera ξ, quæ intrinsecus habet eminentias atq; densatim in seipsam reuertitur: deniq; ex multis est composita lineis rectis. Conchoeidis linea est atq; hæc quoq; composita est ex multis circumferentijs. Verum hæ duæ Xystroidis & Conchoeidis non subdiuiduntur, sed indiuisæ permanent. Recta uero linea, et circumferentialis, sunt quidem et ipsæ extra figuram absq; diuisione: quia erecto natura ipsa nihil est erectius: neque circumferentiali quod à diabete circumducitur quicquam exactius & exquisitius, sed si relatione quadam eas cōtemplemur, uarias recipiunt appellationes. Siquidem statim ab initio linea recta intra figuram considerata: ut Triangulo, quadrato, circulo, & parallelogrammo, diuiditur in nouem. Nominatur enim latus, uel crus, basis, perpendicularis, subtendens, uertex, diagonalis, diameter, diacyclus, & æquedistans. Lineæ enim quæ in triangulo connectunt uel conficiunt angulum superiorem: appellantur inquam lineæ istæ crura uel latera: tertia uero super qua crura illa sunt cōstituta, appellatur subtendens, quasi dicas linea quæ angulū

ubtendit superiorem. Proprie tamen in triangulo rectangulo: linea quæ angulum subtendit rectum: appellatur subtendens: ex duabus uero reliquis quæ angulum claudunt faciunt rectum: illa quidē quæ uel loco superiore ad inferiorem progreditur: nominatur perpendicularis: quæ uero inferius quasi substrata est: & figuram comprehendit efficitq́; dicitur esse basis.

In quadrata uero figura: uertex dicitur linea quæ perpendiculares loco superiore connectit: super quā uero perpendiculares consistunt: illa appellatur basis: atq; laterales lineæ rectæ nominātur perpendiculares: et quasi recte super basi insistant. Diagonalis dicitur quando in figura quadrata, aut parallelogrammo: ex angulo in angulū oppositum, recta ducta fuerit linea. Diameter uero est recta quæ in circulo per centrum est ducta. Diacyclus autem, quæ extra centrum: secat seu diuidit circulum. Aequedistans in figura quadrata quidem & quadrangulo oblongo: opposita ad oppositam ut superior ad inferiorem, & lateralis ad lateralem: quando superficies plana fuerit æqualis, atq; hæ quidem sunt lineæ rectæ. Verum, circumferentialis, in circulo quidem perimetrus dicitur: sed in Menisco interne & externe. atq; hæc sunt, quæ de lineis dicenda esse existimauimus.

Superficies est, quæ longitudinem & latitudinem tantum habet. nam post punctum, & lineam, hæc sequitur: eaq́; naturam habet magis simplicem, quam corpus, quod tribus interuallis constat: ideoq́; geome-

tra

tra addidit solum, particulam: ad duo interualla quæ habet superficies: quasi dicat tertium interuallum non est in superficie. Alij uero definierunt superficiem, eamq́; extremitatem corporis appellarunt: idem quodammodo dicentes. propterea quod id quod terminat: ab eo quod terminatur interius est, & deficit uno interuallo. Sunt qui magnitudinem duorum interuallorum eam nominent: alij uero alioquocunque modo conformem eius reddunt definitionem: attamen unum idemq́; dicunt.

Superficies plana: est quæ ex æquo inter suas extremas posita est lineas rectas. Quamuis antiquis Philosophis non fuit uisum speciem ponendam esse superficiei, ipsam superficiem planam: sed tanquam unum idemq́; utrámque esse assumendam ad constitutionem eius magnitudinis, quæ duobus distat interuallis tantum. Ita enim diuinus Plato dicebat, Geometriam esse contemplationem superficierum planarum: tanquā differentiæ loco, diuidens eam & distinguēs à Stereometria, quasi superficies & superficies plana: eadem essent. Eadem ratione diuinus Aristoteles sentit de superficie. Euclides uero, & qui eum subsequuti sunt: genus ponunt esse superficiem: speciem uero planam superficiem: non aliter atq; lineam rectam facimus speciem lineæ. Ideoq; seorsim definit planam superficiem: & distinguit à superficie: secūdum proportionem & respectum lineæ rectæ, quia & illam quoq; dixit æqualem esse spatio, quod est inter duo puncta: sic &

superficiem planam simili ratione docet, quod si duæ ponantur lineæ rectæ: tum occupare æqualem locum interuallo, quod est inter illas lineas rectas. talis enim est superficies, quæ ex æquo ponitur inter suas lineas rectas. Hanc alij per eadem explicant: & ad extremam extensam uocant. quidam uero eam definiunt esse, cuius omnibus partibus, recta linea applicata: cōuenit. Sunt qui eam dicunt minimam esse omnium superficiē, quæ eadem habent extrema. Item cuius media obumbrant extrema: deniq; omnes rectæ lineæ definitiones possent transferri in superficiem planam, si genus tantum fuerit mutatum. Nam rectum, & circumferentiale, & mixtum incipiendo à lineis: se extendit, ut diximus ad corpora usq; solida. siquidem & in superficiebus, & in solidis hæc sunt iuxta certam proportionem. Idcirco Parmenides inquit, quod omnis figura aut sit recta, aut circumferentialis, aut mixta, quod si ergo uolueris rectum considerare in superficiebus: sume superficiem planam: cui omnibus modis conuenit recta linea: sin uero circumferentiale: sume sphæricam superficiem: sin mixtum: sume Cylindricā, uel conicam, uel aliquam huiusmodi. Modus uero mixtionis differens est in lineis, & in superficiebus. Veruntamē ut in lineis fuerunt simplices quædam lineæ: nempe recta linea, & circumferentialis: quarum notionem pleriq; sine præceptore habent: mixtarum uero linearum species discernere: requirat eruditam contemplationem: ita quoq; in superficiebus, superficiem

pla-

planam & sphæricam elementis proximas: per se & sponte percipimus: sed superficierum, quæ ex mixtione fiunt diuersitatem & uarietatem: sola scientia & doctrina seu perceptio scientiæ inueniet. Quanquam & illud prius notandum uenit, de linearum & superficierum differentia: quod tres tantum sint similium partium lineæ: & duæ tantum superficies: plana inquam & sphærica: non autem Cylindrica, quia non omnino possunt partes superficiei cylindricæ, inter se applicatæ: conuenire.

Angulus planus est, duarum linearum in eodem plano existentium: & sese mutuo tangentium: neque è directo positarum, mutua ipsarum inclinatio. Dicendum uero est, quosdam angulos in superficiebus constitui, quosdam in solidis corporibus. deinde qui in superficiebus constituuntur: alij quidem in simplicibus constituuntur superficiebus: alij in mixtis. quia in cylindrica superficie constituetur angulus, et in conica, & in sphærica, & in plana. Præterea anguli qui in simplicibus superficiebus constituũtur: alij quidem in sphæricis sunt constituti: alij uero in superficiebus planis constitutionem habent. Nam & Zodiacus angulos facit: dum æquinoctialem in duo secat: ad uerticem scilicet circumferentiarum sese secantium: atq; sunt in superficie sphærica, eiusmodi anguli. Adhæc ex angulis in planis superficiebus constitutis: quidam simplicibus lineis continentur: alij uero mixtis, nonnulli & simplicibus & mixtis. quia angulus in cly-

peo, continetur axe, & clypei linea, quarum altera quidem mixta est, altera simplex. Item sunt anguli qui recta linea & circumferentiali (quarum utraque simplex est) continentur. Atque ex his aliæ quidem continentur lineis eiusdem speciei. duæ enim circumferentiæ, sese mutuo secantes: uel tangentes: angulos faciunt: qui triplices sunt: uel enim utrinq; sunt conuexi uel gibbosi, quando conuexæ partes circumferentiarum extra fuerint: uel concaui utrinq;: quando ambæ partes concauæ, intra fuerint: quos angulos Xystroeides uocant, uel mixtos conuexa & concaua linea, ut sunt: anguli Lunares.

Quanquam & dupliciter anguli continentur recta linea, & circumferentia. uel enim continentur linea recta & concaua circumferentia: ut angulus semicirculi: uel linea recta, & conuexa circumferentia. ut cornicularis angulus. deniq; omnes anguli qui duabus lineis rectis continentur: nominabuntur anguli rectilinei. triplicē habentes differentiam, quorum commune nomen est: anguli plani, eorumq; genus est inclinatio: locus uero, plana superficies: quia & anguli positionem habent. generatio eorum est, quod oporteat esse duas lineas ad minimum: non autem tres. ut in angulo solido: easq; inter se concurrere oportet: & concurrentes non esse è directo positas, ut protracta ex duabus fiat una recta linea.

Sunt autem anguli rectilinei tres, rectus, acutus, obtusus, atq; rectus quidem angulus est: quando recta

super

ſuper recta ſtans: angulos uicinos interſeſecerit æquales: uterq; enim horum rectus erit. Acutus angulus *eſt, qui recto eſt minor: obtuſus, qui recto eſt maior. Atq; hi quidem anguli intra figuras habent differentes appellationes, quia nominantur anguli uicini, uel contigui: & anguli ad uerticem: & anguli permutatim ſumpti.* Dicimus uero angulos uicinos, differre *ab angulis ad uerticem: quia horum generatio fit per duarum rectarum linearum ſectionem: illorum uero per diuiſionem unius rectæ per alteram rectam: quoniam ſi recta quædam linea ſecta quidem non fuerit: et ſua extremitate alteram ſecat: duosq; fecerit angulos: tales nominamus angulos uicinos. ſed ſi duæ rectæ ſeſe mutuo ſecant: tum ad uerticem fiunt anguli: ſic uero nominantur, quod uertices habent conuenientes in uno puncto. ſunt autem uertices eorum, pũcta ipſa ad quæ planæ ſuperficies deductæ uel conductæ: angulos illos faciunt. Sunt præterea etiam anguli interni & externi, anguli oppoſiti, et anguli ex iiſdem partibus: de quibus agemus aliis in locis.*

Figura eſt, quæ termino uel terminis continetur. hæc definitio figuræ, etſi unica ſit & ſimplex: tamen multarum figurarum in ſe continet differentias: ſecundum finitum quod in ea eſt: & infinitum. atq; circumferentialibus figuris inducit ideam finiti: rectilineis uero infiniti: denique figuris quæ ex his fiunt: ideam mixti. Adhæc à primo numero ſumit menſuras progreſsionis ſpecierum: unde etiã omnes conſtituit iuxta

numeros. alias quidem figuras iuxta simpliciores: alias uero iuxta numeros magis compositos: quia trianguli, quadrata, pentagona, & uno ut dicam uerbo: omnia polygona unà cum numeris progrediuntur in infinitas usq; mutationes.

Ex figuris uero aliæ quidem sunt rectilineæ, aliæ uero circumferentiales: nonnullæ deniq; rectis & circumferentialibus lineis contentæ. Sunt autem rectilineæ figuræ, triangulus, quadratū, Rhombus, Rhomboeides, quadrangulum altera parte longius: & quadrangulum oblongum: quatuor etiam Trapezia, pentagonon, hexagonon, & sic continenter usq; ad pentecædecagonon. Circumferentiales uero figuræ sunt circulus & meniscus. Figuræ deniq; rectis & circumferentialibus lineis contentæ sunt. semicirculus, segmentum circuli maius semicirculo, & segmentum circuli minus semicirculo.

Circulus itaq; est prima & omnium simplicissima figura: atq; perfectissima. nam excellit omnes figuras solidas. eo quod simpliciori loco posita suam habeat essentiam: respectu uero earum figurarum, quæ in planis sunt: similitudine & quod eodem semper & ubiq; se habeat modo: deniq; proportione quodammodo respondet uni & unitati.

Semicirculus est figura, quæ duobus continetur terminis, inter se differentibus: recta linea, & circumferentiali: uerum non quæuis est recta linea: sed circuli diameter. siquidem minus segmentum circuli, & maius

maius circuli segmentum: continentur recta linea & circumferentia circuli: neq; tamen sunt semicirculi: propterea quod circuli diuisio non sit facta per centrum circuli. Atq; omnes eiusmodi figuræ duarum sunt specierum (sicuti circulus unicus seu unius speciei) atq; constant ex dißimilibus. quia omnis figura, quæ duobus continetur terminis: uel duabus circumferentijs comprehenditur: ut Lunularis figura: uel linea recta & circumferentia, ut figuræ prædictæ: uel deniq; duabus lineis mixtis, ut si duæ elleipseis sese mutuo secant. nam continebunt figuram illis lineis interceptam: uel etiam mixta linea, & linea recta continebitur, ut dimidium de Elleipsei.

Ex figuris planis, quædam sunt, quæ simplicibus continentur lineis: quædam uero mixtis: quædam & simplicibus & mixtis. ex ijs autem, quæ simplicibus continentur: aliæ quidem continentur lineis eiusdem speciei: ut figuræ rectilineæ: aliæ uero lineis dißimilium specierum, ut semicirculi & segmenta circulorum: & hapsides quæ sunt semicirculis minores: Adhæc, figuræ quæ continentur lineis eiusdem speciei: aliæ quidem comprehenduntur linea circumferentiali: aliæ linea recta. Item quæ circumferentiali continentur: aliæ quæ sunt quæ clauduntur una linea, quædam duabus, quædam deniq; pluribus. Vnica quidem ut ipsemet circulus: duabus ut quæ angulis carent. sicuti corona, quæ terminatur duobus circulis concentricis: aliæ uero quæ angulos habent: ut Meniscus: pluribus uero

quam

quam duabus circumferentijs infinitæ. nam sunt aliquæ figuræ, quæ tribus aut quatuor aut continue pluribus continentur circumferentijs. Si ergo tres circuli sese mutuo tangunt: tum intercipient figuram quandam trilateram tribus terminatam circumferentijs. sin fuerint quatuor, circumferentijs quatuor: & sic consequenter. Ex figuris uero quæ rectislineis continentur, aliæ quidem tribus continentur: aliæ pluribus, siquidem nulla est figura, quæ duabus contineatur rectis: multominus una. Quare omnis figura uel area, quæ uno termino continetur, uel duobus ex mixtarum erit numero: uel circumferentialium & mixtarum dupliciter, aut quod lineæ sint mixtæ, quæ eā continent, aut quod diuersarum sint specierum lineæ.

Triangulorum quidē diuisio, aliquādo initiū facit ab angulis: aliquando à lateribus. Dicit enim Euclides quod Trianguli uel sint æquilateri, uel æquicruri, uel scaleni: quia aut omnia latera habent æqualia, aut omnia tria inæqualia, aut duo tantum æqualia, tertium inæquale. Præterea dicit quod trianguli quidam sint rectanguli, quidam Amblygonij, nonnulli Oxygonij. Atq; rectangulus triangulus definitur esse qui unum habeat angulum rectum: sicuti & Amblygonius triangulus est, qui unum habet angulum obtusum. quia nexuit fieri, ut triangulus plures habeat angulos uel rectos uel obliquos quam unum. sed triangulus Oxygonius habet omnes tres acutos, non enim hoc in triangulo satis est unum angulum acutum esse, siquidem

dem hac ratione omnes triãguli essent oxygonij. Nam quiuis triangulus duos angulos omnino habet acutos: sed tres acutos angulos solum habet triangulus oxygonius. Atq; ex his diuisionibus has quoq; cognosces, quod septem sint omnium triangulorum species, nec pauciores, nec plures. quia æquilaterus triangulus solus & unicus est: cum sit oxygonius. Quisq; uero reliquorum triangulorum triplex: nam est æquicrurus triangulus: qui uel est rectangulus, uel amblygonius, uel oxygonius. eodem modo & scalenus triplicem habet hanc differentiam. Si ergo hi duo trianguli tripliciter sumuntur, & æquilaterus simpliciter et unice: dicendæ sunt esse septem in uniuersum species triangulorum.

Duplicem uero oportet facere diuisionem quadrilaterarum figurarum: quarum prima est quod quædam quadrilateræ figuræ sint parallelogramma: quædam parallelogramma non sunt. Est autem parallelogrammum, quod circumscriptum est rectis lineis æquidistantibus oppositis: sicuti id ex nomine patet. quæ uero non sunt parallelogramma, appellantur trapezia. Rursus ex parallelogrammis, quædam sunt rectangula & æquilatera: ut quadrata: quædam neutrum horum habent: ut quæ dicuntur Rhomboeida, alia uero parallelogramma rectangula quidem sunt: sed non sunt æquilatera, ut quadrangula altera parte longiora. quædam etiam uiceuersa æquilatera quidem sunt: non autem rectangula ut Rhombi. necesse

enim

enim est, ut utraq; habeant in se, & laterum æqualitatem: et angulorum rectitudinem: uel neutrum horum: uel alterutrum: atq; id dupliciter. quare parallelogrammum quatuor constituitur modis.

Quæ uero parallelogramma non sunt: illa uel habent duo tantum latera æquidistantia: non autem reliqua: uel penitus nulla latera æquedistantia habent: quorum illa quidem Trapezia, hæc uero Trapezoidea appellantur. Rursus ex Trapezijs, alia quidem habent latera æquedistantes rectas connectentia æqualia: nonnulla uero illa habent inæqualia: ex quibus quædam appellantur æquicrura trapezia: quædam etiam scalena trapezia. Vnde quadrilaterum septem modis nobis constituetur: uel enim est quadratū uel quandrangulum altera parte longius, uel Rhombus, uel Rhomboeides: uel Trapezium æquicrurum, uel Trapezium scalenum: uel deniq; Trapezoeides.

Aequedistantes lineæ rectæ sunt: quæ in eodem existentes plano: & in infinitum protractæ ex utraq; parte: ex neutra tamen inter se concurrunt: uel sunt quæ neq; inter se annuunt: neq; etiam abnuunt in uno eodemq; existentes plano: sed habent omnes suas rectas perpendiculares æquales, quæ ductæ sunt ab alterius rectæ punctis, ad reliquam. quæ uero minores: semper faciunt perpendiculares illas rectas: illæ inter se annuunt, siquidem perpendicularis, altitudines figurarum: & interualla linearum potest distinguere. ideoq; æqualibus existentibus perpendicularibus: etiam in-

terualla rectarum æqualia erunt. quod si uero perpendiculares fient maiores uel minores: etiam distantia minuitur, & inter se annuunt in eas partes in quibus perpendiculares sunt minores.

Sciendum tamen est, quod ex lineis quædam sunt finitæ atq; figuram faciunt ut circulus, & Elleipsis linea, & hæderacea, atq; complures eiusmodi lineæ. aliæ uero sunt infinitæ, atq; in infinitum protrahuntur: ut linea recta, & sectio rectanguli coni: atq; sectio amblygonij coni & conchoeides dicta. Rursus ex ijs quæ in infinitum protrahuntur: aliæ quidem nullam figuram comprehendunt: ut recta, & prædictæ conicæ sectiones: aliæ uero congrediuntur & figuram faciunt, atq; quo ad reliqua in infinitum protrahuntur, quarum nonnullæ non concurrunt, hoc est quocunq; modo protrahantur, tamen non concurrunt. Concurrentes uero aliæ sunt, quæ scilicet aliquando concurrunt. Ex ijs uero quæ nunquam concurrunt: aliæ sunt in eodem plano inter se: aliæ uerò in eodem plano non sunt. Rursus quæ non concurrunt, & tamen in eodem existunt plano: nonnullæ idem semper retinent interuallum inter se. quædam uero semper minuunt interuallum. ut hyperbole ad rectam: & conchoeides, ad rectam. Nam tales lineæ quamuis interuallum eorum semper minuatur, tamen perpetuo manent lineæ neutiquam concurrentes, et inter se annuunt, neq; tamen unquam omnino conueniunt. Quod sane theorema est maxime absurdum in Geometria. quod de-

men-

monstrat linearum coniūctionem dissolutam, & quæ nunquam fieri poßit. Deniq; lineæ rectæ quæ eodem perpetuo interuallo inter se distant: neq; minuunt aliquando spatium quod inter ipsas est in eodem plano: sunt æquedistantes. atq; de his quidem hæc Geminus tradit.

Veruntamen tria hæc quæ rectis æquedistantibus per se insunt, sunt proponenda: & propriæ certæq; earum existunt notæ: imò cum illis conuertuntur non quidem tria hæc simul: sed unumquodq; seorsim sumptum, & à reliquis separatim: quorum primum est, quod si recta linea æquedistantes rectas secat: tum faciat angulos permutatim sumptos æquales: deinde si recta linea secat æquedistantes: illa facit angulos internos æquales duobus rectis: reliquum est quod si recta secat æquedistantes rectas angulus externus, angulo interno sibi opposito erit æqualis. Nam unumquodq; horum si demonstretur: sufficiens erit declarare rectas æquedistantes esse. Hac etiam ratione: solent alij Mathemathici differere de lineis: atq; unius cuiusq; speciei accidens tradere.

Vocabula Stereometriæ

Solidum corpus est, quod longitudinem, & latitudinem, atq; profunditatem habet: solidi uero extremitas est superficies. Quod si quid fuerit

cor-

corpus: etiam solidum erit: nō autem uiceuersa, si quid fuerit solidū, illud quoq; erit corpus. sicuti se habet in iam propositis solidis, sunt enim hæc imaginatione cō cepta atq; solida quidem, non autem exprimentia typum ipsum, hoc est non è conuerso locum habentia. Generaliter ergo dicimus: *Solidum est quod habet longitudinem & latitudinem atq; profunditatem: cuius extremitates sunt superficies.*

Angulus solidus est, qui pluribus quam duobus angulis planis continetur: non existentibus in eodem plano: atq; ad unum punctum constitutis. Imperfe*cta & deficiens est hæc definitio: nam angulus quartæ partis sphæræ seu angulus quadrantis: pluribus quam duabus superficiebus continetur: quæ tamen planæ non sint. nam semiconum ad uerticem non facit angulum solidum. nam si fuerit angulus: tum etiam coni uertex angulus erit, itaq; & duabus superficiebus continebitur: & una quoq; superficie angulus solidus. Melius itaq; & uerius definietur angulus solidus: quod sit magnitudinis, aut magnitudinum copula aut coniunctio in uno puncto.*

Angulus solidus est plurium quam duarum linearum sese mutuo tangentium: & non in eodem plano existentium: ad omnes lineas inclinatio. Atqui Euclides *uult angulum esse in inclinationē: Stoici uero aiunt inclinationem esse angulum, bene tamen definit* Euclides. Quoniam *omnis angulus est magnitudinum in uno puncto coniunctio atq; copula.*

Aliter angulus communiter quidem est copula superficiei, quæ ex iisdem partibus ad unum punctum habet concaua sua, uel simpliciter qui pluribus quam duobus planis angulis continetur. Aut copula & coniunctio solida ad unum punctum inclinata superficie ad lineam: quæ etiam protracta: ipsamet non incidit in seipsam. Tum uero cogitamus protrahi: cum non apparet quod non excedat totam eius longitudinem: sic etiã imaginamur nobis, planum illud quod produci & extendi. Proprie tamen anguli rectilinei solidi dicuntur: quorum superficies, quæ angulos faciunt: continentur angulis rectilineis. ut pyramidum anguli, & solidorum multilaterum, et cubi. anguli uero non rectilinei, qui sic se non habent, ut anguli Conorum.

Superficies uero figurarum solidarum: quædam non cõpositæ dicuntur: quædam compositæ, incompositæ quidem superficies solidorum sunt: quæ protractæ ipsæ in seipsas cadunt. ut superficies sphæræ. Compositæ autem quæ protractæ: sese mutuo secant. Ex compositis uero, aliæ quidem componũtur ex dissimilium generum superficiebus ut sunt superficies conorum & cylindrorum & his similium, ex eiusdem generis super ciebus: ut sunt rectilineorum solidorum.

Quamuis & alia diuisione, superficies in figuris solidis quædam sunt simplices, quædam mixtæ. simplices quidem sunt in solis planis sphærica: mixtæ uero

ro conica & cylindrica, & quæ his sunt similes. atq; hæ sunt mixtæ ex plana & circumferentiali, Speiricæ uero sunt mixtæ, ex duabus circumferentijs: et aliæ plures sunt numero infinitæ: cũ compositæ, tũ mixtæ.

Lineæ itaq; quæ sunt in figuris solidis: quædam sunt simplices: aliæ uero mixtæ. simplices quidem ut lineæ rectæ, & circumferentiales. mixtæ ut sunt conicæ & Speiricæ. atq; hæ quidem sunt ordinatæ. inordinatarum uero linearum, infinita est copia, sicuti & compositarum.

Sphæra est figura solida, unica superficie contenta, ad quam ab uno puncto in medio sphæræ posito: omnes lineæ rectæ productæ: sunt inter se æquales. uel est figura solida, extremis partibus rotunda, ita ut à medio omnes distantias omnifarie habeat æquales. Nam quando semicirculi alicuius diametro manente, ipse semicirculus circumducitur: atq; redit in eum unde cœperat moueri locum: tum superficies, quæ fit per semicirculi circumferẽtiam, appellatur superficies sphærica. solidum autem ita comprehensum: sphæra uocatur. medium uero huius figuræ solidæ seu sphæræ punctum, nominatur centrum. Diameter uero sphæræ appellatur axis, atq; est linea recta quædam per centrum ducta, terminata ex utraq; parte in sphæræ superficie immutabilis permanens. circa quam sphæra ipsa mouetur & uertitur. Extremitates uel extrema puncta axis appellantur Poli. quod si sphæra secetur, tum sectio fiet circulus. Circuli polus in sphæra dici-

tur punctum, in superficie sphæræ, à quo omnes lineæ rectæ, ad circumferentiam ductæ: sunt inter se æquales. Sicuti uerò in figuris planis isoperimetris: circulus est maxima figura plana: ita in figuris solidis isoperimetris: maxima est figura sphærica: ideoq; capacissima, & quæ in se comprehendit cætera omnia.

Aliter.

Sphæra est figura solida quæ fit, quando semicirculi diametro fixa manente: semicirculus circum ducitur: donec redeat in eum unde cæperat moueri locum. Axis sphæræ est recta illa quæ fixa manet: circa quam semicirculus circumducitur. Diameter sphæræ est recta quædam linea, per centrum ducta, quæ etiam desinit ex utraq; parte in superficie sphæræ.

Conus est, figura solida quæ fit quando trianguli rectanguli uno latere manente ex ijs inquam, quæ sunt ad angulum rectum: atq; ipse triangulus circumuertitur: donec redierit in eundem locum unde cæperat moueri. Quod si uero recta quæ fixa & immobilis permanet: fuerit æqualis reliquæ rectæ, quæ circa rectum angulum circumfertur: tum conus qui fit: rectangulus erit: sin minor amblygonius: sin deniq; maior, oxygonius. Axis autem coni est recta illa fixa & immobilis circa quam triangulus uertitur. Basis uerò ipse circulus, qui describitur à linea recta quæ circumfertur.

Euclides hoc loco docet non omnis coni, sed tantum coni æquicruri generationem. Appollonius uerò pulchre

pulchre definiuit prolixioribus uerbis conorum generationem. Inquit enim coni diuiduntur in æquicruros & Scalenos. Archimedes uero diuidit conos in rectangulos, oxygonios, & amblygonios: dum latus confert cum basi. Manifestum uero est, quod in omni angulo possint esse scaleni coni: sed in angulo acuto, tantum æquicruri. siquidem in triangulis æquicruris: anguli ad basim sunt acuti.

Apollonius itaq; sic inquit: Si ab aliquo puncto, ad circumferentiam circuli: qui quidem circulus non sit in eodem plano, in quo est punctum. recta quædam ducta fuerit: atq; ex utraq; parte fuerit etiam protracta: præterea punctum illud manserit fixum & immobile: recta linea autem circa circuli circumferentiam ducta fuerit: donec ad locum unde cœperat moueri redierit: tum descriptam à linea recta superficiem: quæ facta & composita est ex duabus superficiebus sibi mutuo ad uerticem positis: quarum utraq; in infinitum crescit & augetur: si recta delineans in infinitum protrahatur: illam inquam superficiem nomino conicam. Cuius uerticem uoco, punctum illud quod fixũ & immobile permanet. Axem uero rectam illam lineam quæ per punctum iam dictum & centrum circuli ducitur, Conum deniq; ipsam figuram, quæ continetur circulo, & superficie conica, inter punctum uerticale, atq; circuli circumferẽtia intercepta. Verticem uero coni appello, illud ipsum punctum, quod etiam fuit superficiei uertex. Axem deniq; coni rectam lineæ

am à uertice, ad centrum circuli ductam. & basim coni, ipsum circulum.

Ex conis uero rectos uoco eos, qui ad angulos rectos, ipsis basibus habent suas axes. Scalenos uero eos qui axes suas non habent ad angulos rectos.

Cylinder est figura solida quæ fit quando manente uno latere parallelogrammi rectanguli: ex ijs lateribus quæ rectum ambiunt angulum: ipsum parallelogrammum, ad eum unde cœperat moueri locum redierit. Axis cylindri est recta illa quæ fixa & immobilis permanet: & circa quam ipsum uertitur parallelogrammum: basis cylindri sunt: circuli illi qui describuntur à duobus oppositis quæ circumaguntur lateribus.

Aliter. Si duorum æqualium & æquedistantium circulorum diametri, quæ semper æquedistanteis sunt: ipsæ quidem circumductæ fuerint in circulorum planis: circa centrum fixum & immobile permanens: atq; illæ ipsæ diametri secum simul circumferant sua extrema puncta ex eadem parte: deniq; ductam lineam rectam restituent in eundem locum unde ceperant moueri: tum superficies à recta circumducta descripta nominetur cylindrica superficies: quæ in infinitum usq; potest augeri: si quando recta quæ illam superficiem describit: in infinitum fuerit protracta. Cylinder autem est figura solida quæ continetur circulis æquedistantibus, & superficie cylindrica, quæ circulis illis est intercepta. Basis uero cylindri sunt ipsi circuli.

Axis uero recta linea per centra circulorum ducta. Latus deniq; cylindri, linea quædam quæ recta cum sit: & in superficie cylindri existat: tãgit utramq; basim: eamq; dicimus circumductam: describere superficiem cylindricam. Illi uero dicuntur recti esse cylindri: qui axem habent ipsis basibus ad angulos rectos.

Pyramis est figura solida planis quibusdam superficiebus contenta: quæ ab una superficie plana ad unum constituitur punctum.

Cubus est figura solida sex quadratis æqualibus contenta.

Octaedrum est figura solida: octo quadratis æqualibus & æquilateris contenta.

Eicosaedrum est figura solida uiginti triangulis æqualibus & æquilateris contenta.

Dodecaedrũ est figura solida duodecim pentagonis æqualibus, & æquilateris & æquiangulis contenta.

Verum de his aliquid dicendum est quod naturæ est consentaneum. cum figuræ planæ sint diuisæ in rectilineas figuras, & circulos: dicimus quod si rectilineæ figuræ fuerint ad angulos rectos suis superficiebus planis erectæ: tum faciunt prismata. quadratum uero, etiam perficit cubum: si æqualiter æquale æqualiter erectum fuerit: sed si ad angulum acutum erigantur & in uno puncto superiore desinant atq; terminentur: tum constituunt Pyramides. Circuli uero ad angulos rectos erectiũ: facit cylindros: uerum si in se declinantes: & in unum punctum superne extenuati fuerint: fiunt

Coni: deniq; si in seipsos conuersi fuerint: tum in sphæras tornantur.

Verum & horum corporum proportionem ad uniuersum mundum retulerunt, siquidem igni dicunt proportionalem esse Pyramidem, hoc autem dicunt propter motum ignis qui fit sursum: aëri uero proportione conuenit octaedrum: quia nunc in hunc nunc in illum potest octaedrum moueri et poni locum, uel hac & illac extendi. aquæ etiam Eicosaedrum conuenit: quod fluxui sit obnoxia, & multis modis quasi circumfundat angulos. deniq; terræ cubum conferunt: tanquam ei quæ sit omnium firmißima & ad basim maxime idonea. tãdem sphæræ seu cœlo dodecaedrum comparant: propterea quod cum pentagonis contineatur, quæ angulos plures habent cæteris: etiam ad multas areas capiendas apta sit, & sphærico corpori sit maxime conueniens.

Hæ uero quinq; figuræ continentur æquilateris æqualibus, & æquiangulis figuris planis: & præter has quinq; prædictas figuras: non est alia figura solida quæ contineatur planis superficiebus, æquilateris, æqualibus, & æquiangulis inter se.

Affectiones rerum Geometricarum & Stereometricarum.

T*Angit autem linea lineam, superficiem, & corpus,*

pus, in puncto & in linea: punctum uerò si alterum tanget punctum, fiet unum punctum. sic & linea lineam tangens, tota totam: similiter fiet una. Recta uerò circulum dicetur tangere: quæ circulum tangens si producta fuerit: ex neutra tamen parte circulum secabit. Circuli uerò sese mutuo tangere dicuntur: qui cùm sese mutuo tangunt: non secant sese. Recta uerò ad planum erecta est, quando ad omnes lineas rectas quæ ipsam in eodem plano tangunt, fecerit angulos rectos. Planum uerò ad alterum planum erectum est: quando lineæ rectæ in uno aliquo eorum plano, communi ipsorum sectioni ad angulos rectos ductæ: etiam reliquo plano ad angulos rectos fuerint.

Aequedistantia plana sunt: quæ nunquam concurrunt. Differunt in solidis & in planis. atq; etiam lineis, similitudo & æqualitas. Sic enim in sexto Euclidis elementorum. Duabus datis figuris rectilineis, alteræ similem quidem figuram: alteræ uerò æqualem propositum est constituere. atq; in ea propositione medium proportionale inuenientes: per eam medietatem id quod propositum est, probamus: in solidis uerò per duas medietates. Nunc uerò dicemus uniuersaliter de æqualibus quidem, quòd æquales lineæ, superficies, corpora sint: quæcunq; tota totis, uel genere uel figuratione conueniunt. dicitur etiam æquale, quod est isoperimetrum ambitu & comprehensione, & æquale lineis: unde & area atq; sola area. Anguli æquales sunt: qui applicati toti totis, in planis & solidis eadē

contractione uel genere, uel figuratione conueniunt. Aequales uerò circuli sunt, quorum diametri sunt aequales inter se. quia nequit fieri ut intelligamus ab ijsdem diametris alium atq; alium circulum fieri. sed si diameter fuerit data: etiam circulus datus erit magnitudine. Aequaliter uerò à centro distare dicuntur lineae rectae: quando à centro ad ipsas ductae perpendiculares fuerint aequales. Longius uerò distare in quam perpendicularis maior incidit. Figurae uerò solidae aequales & similes sunt: quae continentur planis aequalibus, similiterq; positis, numero, & magnitudine aequalibus.

Similes figurae rectilineae sunt, quae habent ad unũ angulos aequales. & aliter. quae angulos ad unum habent aequales: & latera aequales angulos continentia aequalia. Reciprocae figurae sunt: in quibus in alterutra figura sunt rationes antecedẽtes & consequentes. Similia circulorum segmenta sunt, quae angulos recipiunt aequales: uel in quibus anguli sunt aequales. Simili ratione & sphaerarum segmenta. similes figurae solidae sunt, quae similibus similiterq; positis planis continentur. Omnis uerò circulus, omni circulo similis est specie: quia circuli generatio seu procreatio, est una eademq;: sic species eius una. segmentorum non eadem est similitudo. sed quaecunq; similem habent inclinationem, hoc est angulos in ipsis existentes inter se aequales: illa appellantur similia. dissimilia uerò, quae se ita non habent. Eodem modo se res habet in caeteris

planis

planis & solidis figuris.

Magnitudo est quæ crescit & augetur, atq; secatur, diuidiq; potest in infinitum usq;. sunt autem tres eius species, linea, superficies, corpus. est autem infinita magnitudo, qua non potest maior intelligi secundum essentiam & subsistentiam quantamcunq;: ita ut nullus finis uel terminus eius inueniri queat. Pars est magnitudo aliqua, alterius magnitudinis, minor maioris: quando minor exactè metitur maiorem. Dicitur autem pars in loco non sicuti mundi pars est terra, neque hominis pars ipsum caput. neq; uerò ut rectæ ad angulos rectos diametro circuli ductæ, dicimus partem esse, angulum extra semicirculum interceptum recta ad angulos rectos ducta. Fieri enim nequit, ut angulus hic qui ceratoides appellatur, metiatur angulum rectum. cùm omnis angulus rectilineus, minor sit angulo ceratoide. Itaq; in magnitudinibus sumemus partem eam quæ est rerum similium generum: atq; sic dicemus partem in magnitudinibus: ut tertiam anguli recti dicemus esse partem recti anguli. Neq; hoc sophismatium concedendum, quo dicimus, si pars est id quod aliquid metitur: etiam quod metitur, pars erit. sed linea recta pedalis metitur solidum. Ergo linea recta pedalis, est pars solidi: & linea recta pedalis est solidū. Id quod absurdum erit. Nam linea recta pedis unius metitur longitudinem, profunditatem, et latitudinem corporis solidi. quasi ea quæ lineæ rectæ sunt similium generum: non autem ipsum solidum.

Mul-

Multiplex est maior magnitudo minoris: quando minor eam metitur.

Quid sit pars, quid ratio, & quae similium sint generum, & quid proportio: diligentius quidem explicata sunt in Arithmeticae elementis. Nunc uerò de his dicemus, quod sicuti in alijs similium generum ipsa applicatur proportio: ita quoque in rebus similium generum, quae in magnitudinibus existunt. Magnitudines dicuntur rationem habere inter se: quae multiplicatae sese mutuo excedere possunt. sed respondendum ijs qui hanc oppugnant definitionem, atque dicunt, illa habere rationem inter se, quae multiplicata sese mutuo possunt excedere: nihil autem tam est similis generis, quàm sit punctum puncto. itaque manifestum est, quòd punctum multiplicatum excedet punctum. His, inquam, sic est respondendum, quod punctum non recipiat multiplicationem magnitudinis. quia id quod inter magnitudinem non numeratur: illud etiam neque magnitudinis multiplicationem admittit. solum autem multiplicationem ut numerus recipit. sic enim quoniam in linea recta infinita sunt puncta, haec illorum sunt multiplicia: ita simpliciter & absolutè de puncto disserunt, ac si esset magnitudo interuallum habens, omnino ex aduerso Euclidi, qui docet punctum esse, cuius nulla sit pars: & dicat rationem habere inter se magnitudines. In eadem ratione dicuntur magnitudines esse prima ad secundam, & tertia ad quartam: quando primae & tertiae aequemultiplices, secundae & quarte

ue alias quascunq; æquemultiplices, uel simul exce- dunt, uel simul deficiunt, uel simul illis fuerint æqua- les, sumptæ inter se. Quæ uerò eandem rationem ha- bent: nominantur proportionales magnitudines. pro- portio uerò in tribus terminis est minima. atq; hoc in loco termini accipiuntur, uel magnitudinum, uel nu- merorum ipsis impositorum. sicuti enim circuli ter- minus est circumferentia, & trianguli termini sunt latera: ita 9. ad 6. huius rationis termini sunt hi ijdem numeri. Quando uerò tres magnitudines fuerint pro- portionales: tum prima ad tertiam habere rationem dicetur duplam, quam ad secundam. Inquit itaque Eratosthenes, quòd sicuti in æqualibus interuallis, at- que secundum rectam lineam positis: interualla dupla fiunt: ita quoq; in rationibus quodammodo secundum rectam lineam propositis. prima ad tertiam dicitur habere duplam rationem, quàm ad secundam. Nam 9 distat à 6 sesquialtera, & 6 à 4 eadem sesquialtera: quare 9 à 4 distant, duabus sesquialteris. nam duo isti excessus sunt ijdem uni excessui. exempli gratia, in 9. & 4. nam 9. excedit 6. tribus. & 6. excedit 4. duo- bus. uerum 3. & 2. composita & addita: efficiunt 5. qui numerus est excessus 9. & 4. Sicuti uerò in maiori bus conferendis ad minores: excessus faciunt duplas ra tiones & triplas: ità quoq; à minoribus, faciunt defe- ctus. Quando uerò æque multiplicium, primæ ma- gnitudinis multiplex excedit secundæ magnitudinis multiplicem: tum prima ad secundam maiorem dice-

tur

tur habere rationem, quam tertia ad quartam. Atque in hac definitione termini, uoluit Euclides *indicare nobis & proponere: in quibúsnam maior sit quærenda & inuenienda ratio alia ratione. & cùm magnitudines in eadem ratione existentes, notis suis designarit per æquemultiplices simul excedentes, uel simul deficientes: nunc docet quæ in maiore sint ratione: illæ quæ habent excessum.* Quomodo *uerò hic fiat excessus ipse exponit in quinto uniuersalis rationum doctrinæ elementaris libro, atq; in theoremate inæqualium magnitudinum demonstrat.* Homologæ magnitudines *dicuntur esse; antecedentes antecedentibus: & consequentes consequentibus.* Ratio *quidem dicta est esse, duorum similium generum habitudo quædam inter se: sed in magnitudinibus proprie dicemus, quod ratio sit duarum magnitudinum eiusdem generis, iuxta quantitatem quædam habitudo & affectio: ita ut in illis sit proportio: talium rationum similitudo.* Inuersa ratio *est consequentis ad antecedentem ratio.* Compositio rationis *est, sumptio antecedentis cùm consequente, ac si unus esset terminus, ad ipsum consequentem.* Cætera *de his, tradit* Euclides *in quinto libro elementorum.* Linea *infinita neq; multiplicari potest unquam: neq; altera ad alteram conferri. quæ enim eiusdem generis non sunt: non possunt rationem inter se habere, & quandam habitudinem ut linea ad lineam, superficies ad superficiem: & reliqua similiter.* Proportiones *aliæ quidem sunt continuæ, aliæ discontinuæ seu separa-*

para-

parata. continuae sunt, quae coniunctas & non disiectas habent habitudines. separatae uerò proportiones sunt: quando rationes hoc modo se non habent: uerum disiunctae inter se sunt: neq; uno medio termino inter se copulatae. quia medius terminus, unius est antecedens, & alterius consequens. Continua ratio. ut 8. 4. 2. separata. ut 8. 4. 6. 3. est interuallum inter magnitudines propositas. Multa tradit Euclides in decimo elementorum libro de commensurabilibus & incommensurabilibus.

Magnitudo rationalis & irrationalis, utraq; earum non est ex numero earum rerum, quae per se considerantur, sed collatione facta ad aliquid aliud. Nam quaecunq; magnitudines sunt commensurabiles inter se: illae etiam dicuntur inter se rationales. atque numeri sunt commensurabiles: quia quisq; eorum talis est, ut minimus numerus eum metiri possit. simili modo cubitus & palmus habent commensurabilitatem inter se, nam quemuis eorum, digitus minima mensura metitur. * * * Cùm uerò in magnitudinibus existat infinitum: neque ulla sit minima mensura: idcirco patet, quòd magnitudinis rationalis, nulla sit certa & definita minima mensura: ut digitus: sed in nobis est situm: quantamcunq; uolumus proponere notam & cognitam minimam mensuram, in qua sit unitas. quia ut dictum est, quaeuis magnitudo per se, neque rationalis, neq; irrationalis: cùm omnis linea recta per se: neq; rationalis, neq; irrationalis sit. Ve-

rum

rum si conferatur ad unitatem subiectam in positione: inuenietur uel rationalis, uel irrationalis. itaq; latere quadrati proposito rationali: inuenitur diameter potentia rationalis: nam longitudine deprehenditur irrationalis. sic etiam diametro existente rationali: latus potentia erit rationale. cùm tamen utraq; per se neq; rationalis, neque irrationalis existat. Sic ergo proponentes minimam aliquam mensuram rectarum linearum. * * * mathematici nominarunt rationalem, & quæ ei sunt commensurabiles: simili modo & quadratum ab ea descriptum rationale: & figuras huic quadrato commensurabiles nominarunt rationales. sic cubum ex tali descriptum linea recta, & hinc commensurabilia solida.

Inexplicabile, hoc est, irrationale solidum intelligendum est, quod incommensurabile est cubo à rationali descripto. planum uerò irrationale, id quod incommensurabile est, quadrato à rationali descripto. longitudinem uerò, hoc est, rectam rationalem à commensurabili. Sed quia commensurabile in lineis rectis duplex intelligitur esse. unum quidem quando hæ lineæ rectæ commensurabiles fuerint: & figuræ ab ipsis descriptæ inter se commensurabiles, alterum uerò, quando eædem figuræ incommensurabiles inter se fuerint: ideoq; & duplex est differentia ad rationalem iuxta ueteres mathematicos. aliæ enim dicuntur potentia rationales, aliæ irrationales potentia, reliquæ longitudine. Potentia itaq; rationales sunt ut dictum

esse nobis: quæcunq; ipsæmet sunt incommensurabiles rationali: & quadrata ab ipsis descripta commensurabilia quadrato à rationali descripto. Longitudine uerò, quando quadrata ab ipsis descripta, in quadratis numeris fuerint: uel latera habent commensurabilia rationali longitudine. denique uniuersaliter nominatur rationali commensurabilis, rationalis siue longitudine, siue potentia tantum. Definiunt etiam rationalem hoc modo. Rationalis est, quæ per numeros fit nota: uerùm hæc non est uera definitio rationalis: sed eius accidentis: nam si exempli gratia rationales proponunt, quadratorum à rationali cubitali descriptorum. nouimus quot palmorum aut digitorum unaquæq; sit: unde ex accidentibus eam appellamus rationalem, per numeros cognitam. Differt autem rationalis à data, quòd rationalis quidem omnino sit data: data uerò non necessariò sit rationalis. nam rationalis quantitate & qualitate manifesta est: data uerò quantitate & magnitudine tantum: sunt enim quædam irrationales datæ. Euclides inquit irrationale quadratum à proposita recta descriptum. Vbi nominatur proposita recta ea, quæ principium est mensurarum, & tanquam regula ad dimensionem longitudinis, positione quadam à nobis est assumpta. Vt si quis proponat quantum sit interuallum inter duo proposita puncta: ille nihil ratione dignum quæret, quot sint pedum & cubitorum: necesse esset nos petere ab ea, quæ exhiberetur quantitate cubitum uel pedum,

atq; cũ uteremur illa proposita rationali linea recta: inquiremus propositum interuallum, an esset omnino mensura rationalis.

Sunt autem dimensionum in magnitudinibus, quæ certas magnitudines exactè metiuntur genera ista. digitus, palmus minor, palmus maior, pes, ulna, seu cubitus, passus, orgya: mensura minima uerò omnium est digitus. Diuiditur uerò in partes, dimidiam scilicet, tertias, & reliquas. Sunt autem & aliæ mensuræ ab aliquibus excogitatæ. istæ scilicet, Passus, Acæna, seu pertica, Plethrum, Iugerum, Stadium, Milliare, Schœnus, Schœnus persica, et Schœnus græca, cæteraq; his similes.

Vocabula Geodætica.

NVnc paucis aliquid dicemus de ijs quæ sub geometricam cadunt dimensionem. hæc enim illis sunt propria: & doctrinæ huic conuenientia. atq; primum quoniam dictum est de differentia Geometriæ, & Geodæsiæ. sciendum quod geometria uel potius geodæsia constet: ex climatibus, scopulis, lineis, & angulis: & recipit certa genera, species, & Theoremata.

Lineæ itaq; si sumantur iuxta localem positionem: nominantur climata: et uenti: atq; sunt quatuor potissimum climata: Ortus, occasus, septentrio et meridies.

Nomi=

Nominantur uero climata: tanquam à cardinibus terræ habitationisq́; mundi. ortu, occasu, septentrione, et meridie: quia particularium regionum latera: sunt his cardinibus subiecta. uocantur etiam uenti & aëres, quasi à uentis qui à iam dictis flant cardinibus. hoc est Apeliote, Zephyro, borea, & noto. Itaq; perinde erit siue à cardinibus, siue à uentis: latera nominemus alicuius regionis. Veruntamen consuetudine est receptū ut orientale & occidentale latus alicuius regionis nomina habeant à cardinibus: reliqua uero duo latera à uentis quorum alterum septentrionale scilicet nominamus boreum: meridionale uero notium: unde etiam uenti flant boreus & notius seu auster omnibus hominibus cogniti. Apeliotes uero & Zephyrus non sunt adeo cogniti uenti sic etiam climata. Ortus quidem & occasus sunt manifesti omnibus: unde etiam ab ijs & non à uentis cognita fiunt regionum latera: non autem septentrionale et meridionale: propterea quod nō eadem ratione omnibus hominibus sint nota: sed à uentis ut diximus. atq; hæc de his satis.

Scopulus uero unus est. scilicet punctum quod sumimus. Sciendum etenim quod in dimensionibus rerum, puncti loco sumamus lignum fixū, hoc est punctum: à quo dimensionis initium facimus. siue sit lignum aliquod fortuito sumptum: cui alligamus funem uel schoenum decem ulnarum, loco uero lineæ: ipsum funem: & pro superficie, ipsum planum: aut loci aream. At lignum illud fixum diuidi nequit: sicuti &

punctum natura diuisionis expers est, quidamscopu-lum appellant. siquidem in initijs regionum constituendis: solemus petras acutas, aut fossam seu sulcum, aut laurata, hoc est, uias publicas ponere tanquam in conspectu sita.

Sunt autem lineæ decem: Recta, æquedistans, basis, uertex, crura, aut latera, diagonius, perpendicularis, quæ etiam ad angulos rectos ducta appellatur: subtendens, perimeter, diameter. Est autem linea recta, quæ e directo est posita. Aequedistans uero recta linea alia aliæ appositæ lineæ recta: quæ in extremitatibus habent interualla ad angulos rectos existentia. Basis uero linea recta posita: super qua alia est constituta linea recta. Vertex uero est recta super basi constituta. Crura uel latera rectæ lineæ ab extremitatibus seu extremis punctis uerticis: ad extremitates basis ductæ.

Diagonius est recta linea quæ in quadratis, trapezijs & eiusmodi figuris ab angulo ad angulum ducitur. Perpendicularis uero est linea recta quam etiam nominamus ad angulos rectos ductam: illa quæ à uertice ad basim descendit: atq; facit duos angulos uicinos inter se æquales. Subtendens uero est linea recta, quæ angulũ subtẽdit rectum. Perimeter uero est linea quædam quæ aliquo centro & interuallo circumferendo describitur: & habet rectas à centro ad ipsum ductas æquales. Diameter est linea recta, quæ per centrum ducta secat perimetrum in duas partes æquales.

Sunt etiam tres anguli, Rectus, obtusus, acutus. Angulus

gulus itaq; rectus, qui fit quando recta super recta constituta: angulos uicinos facit inter se æquales: tum duo isti anguli erunt recti. quando uero unus fuerit maior: alter minor: tum angulus maior, hoc est, amplior nominatur obtusus: minor uero uel angustior acutus.

Tria etiam sunt genera mensurationis. Euthymetricum, Embadometricum: & Stereometricum. Euthymetricum autem est omne id quod mensuratur secundum lineam rectam: quod solam in se habet longitudinem: & alio nomine appellatur numerus. Embadometricum etiam est quod in se habet longitudinem & latitudinem: ex quo cognoscitur ipsum spatium uel ipsa area. quod aliter appellatur potentia Stereometricum, quod in se habet longitudinem, latitudinem & craßitiem: ex quo cognoscimus solidum & nominatur Cubus.

Nunc uero species figurarum, in mēsuratione sunt hæ. quædam enim sunt rectilineæ, quædam circumferentiales: quædam ex rectilineis, & circumferentialibus factæ. Rectilineæ sunt, trianguli, quadrata, Rhombus, Rhomboides, quadrangulum altera parte longius, & quadrangulum oblongum: quatuor etiam trapezia, pentagonum, hexagonum, & sic consequenter usq; ad pentecædecagonum. Circumferentiales figuræ sunt, Circulus & Meniscus. Ex rectilineis & circumferentialibus mixtæ sunt: semicirculus, segmentū semicirculo maius, & segmentum semicirculo minus.

Habent uero octodecim theoremata triangulorum

quidem sex, nam trianguli interdum quidem nomen habent à lateribus: interdum uero ab angulis. à lateribus quidem: ut triangulus æquilaterus æquicrurus, & scalenus. ab angulis uero, ut Rectangulus, amblygonius, & oxygonius quadratorum theoremata duo. quadratum, quod est æquilaterum & rectangulum: & quadratum parallelogrammum rectangulum. Rhomborum duo. Rhombus scilicet & rhomboeides. Trapeziorum quatuor, trapezium rectangulum, trapezium oxygonium, trapezium amblygonium, trapezium æquicrurum. Circulorum theoremata quatuor. circulus, altitudo aut eleuatio, uel Epicyclium, segmentum semicirculo maius, segmentum semicirculo minus. Atq; hæ sunt species & theoremata, quæ pertinent ad embadometrica. In solidis autem si addatur profunditas unicuiq; mensurationi: inuenies singularia in solidis theoremata: atq; sunt præcipue decem. Sphæra, conus, obeliscus, cylinder, cubus, spheniscus, meiurus, cion, phtichys, pyramis.

Atq; hæ sunt figurarum Geometricarum species: neq; præter has, alia est simplex figura plana. simplicem nominaui figuram propter compositas. quia diuersæ & inter se differentes sunt figuræ ex his compositæ: neq; facile enumerari possunt. præterea dixi planam figuram: propter figuras solidas quarum etiam est certa mensuratio, ut putei, cysternæ, & similium. deniq; figuram dico unico uerbo, propter lineares. siquidem linearium est peculiaris contemplatio: & ar-

tificio

tificiosa altitudinum consyderatio.

Ante omnem uerò harum rerum doctrinam, & rerum mensurationem, prius quædam postulata & lemmatia, uel potius definitiones assumimus. Postulata autem sunt. ut Geometricum modium habere quadraginta lytras, & lytram quinq; ulnas: ulnam uerò uel geometricum calamum, habere undecim cõmunes palmas, aut 27. palmos minores, & condylum. Paleste uerò est grombus, grombus autẽ est, interuallum quatuor distensorum digitorum, condylus deniq; pollicis extensio.

Sunt autem mensuræ geodæsiæ, hæ potissimum, digitus, condylus, paleste, seu palmus, dictas, palma, pes, cubitus, gradus, seu passus, ulna, Socarium, plectrum, iugerum, diaulus, stadium, Acæna, Miliare, Schœnus, & Parasange. Atq; hæ mensuræ inuentæ sunt ex partibus corporis humani: ut digiti palmi, palmæq;, pedis cubiti, passus, ulnæ, & reliquarũ. Omnium uerò minima mensura est digitus, quem etiam nominant unitatem. qui interdum diuiditur in dimidiam, tertiam, & quartam partem, & sic consequenter in reliquas. post digitum uerò qui est omnium minima pars mensuræ: sequitur palmus, quem etiã nominant, quadrantem, quia quatuor habet digitos: uel quod sit quarta pedis pars, quidam trientem nominant, quod sit tertia palmæ pars. nam palma habet tres quartas, & pes quatuor.

Termini aut propositiones, uel lemmatia et assum-

ptiuæ propositiones: numero sunt infinitæ: ex quibus omnibus tamen, nobis maxime conueniunt in theorematum demonstrationibus istæ. Omnis numerus in seipsum multiplicatus, producit quadratum æquilaterum. quod si uerò in alterum fuerit multiplicatus: si fuerit uicinus: producit quadrangulum altera parte longius: uel parallelogrammum: sed si remotior fuerit: producit quadrangulum oblongum. Numeri ab unitate continui si inter se addantur: producunt triangulum æquilaterum. Ex triangulis rectangulis, quadratum à subtendente descriptum: est æquale duobus quadratis, quæ describuntur à perpendiculari & basi. Omnis trianguli duo latera: sunt maiora tertio, quocunq; sumpta fuerint modo.

Perimeter tripla sesquiseptima est diametri. Multiplicatio perimetri & diametri: facit quatuor circulos eodem interuallo contentos.

Aliter eadem.

Omnis trianguli rectanguli duo latera angulum rectum continentia: sunt æqualia, lateri rectum angulum subtendenti: si in seipsa multiplicentur. Et area à diametro & perimetro descripta, si mensuretur: est æqualis, areis quatuor circulorum. Atq; hæc sufficiant de nominibus Geometriæ Stereometriæ, & Geodæsiæ.

FINIS.

Astro-

Astronomiæ & Astrologiæ Vocabula.

ASTrologia quam etiã Astronomiã nominãt: est scientia, quæ uersatur in contẽplatione motuũ cœlestium corporum, magnitudinum eorundem, & figurarum, illuminationum etiam, & distantiarum horum omnium cœlestium corporum. in multisq; à sensu quædam sumit: in plærisq; etiam communia quædam habet cum naturalium rerum scientia.

Huius uero pars est Gnomonica, quæ occupata est in horarum dimensione: quæ fit ratione positionis styli seu gnomonis. Altera eius pars Meteoroscopica, quæ differentias eleuationum poli, & astrorum distantias inuenit: multaq; alia diuersaq; astrologiæ theoremata docet. Tertia Dioptrica quæ præcepta habet quibus Solis, Lunæ, cæterarum stellarum distantias cognoscimus.

Sunt autem duo præcipua atq; principalißima, quibus perficitur finis & scopus prædictionis astronomicæ: quorum primum loco & potentia est: per quod comprehendimus sigillatim configurationes motum Solis, Lunæ cæterorumq; astrorum cum inter se: tum etiam ad terram facta collatione. Alterum per quod ex Physica propriaq; ui & efficacia dictarum configurationum: percipimus mutationes ex his ortas, quæ

accidunt, ijs quæ hoc continentur mundo.

Mundus autem est compages & structura facta ex cœlo, terra, & ijs rebus quæ cœlo Elementisq; continentur. uel mundus est uniuersarum rerum concinna & ornata dispositio: à Deo, & per Deum conseruata.

Diuiditur autem mundus in æthera, qui & cœlum atq; quinta essentia, & sphæra appellatur: & in quatuor elementa ignem, aërem, aquam, & terram. In æthere uero sunt astra & stellæ.

Stella est corpus diuinum cœlesteq; eiusdem substantiæ particeps, cuius & locus in quo ipsa est: corpus inquam lucidum: & nunquam consistens, sed motu continuo & circulari circumlatum. Dicitur etiam stella esse illud corpus quod una simplicią; delineatione circumscribitur & definitur. uel unica quo ad numerum stella, ut stella Saturni, & stella Mercurij.

Astrum dicitur esse, compages & constitutio ex multis facta stellis: ut Andromeda, & Centaurus. uel. Astrum est imago cœlestis ex multis figurata stellis. Dicimus itaque stellam & astrum esse posse, non autem uiceuersa astrum, stellam. Nihilominus tamen astra & stellæ proprie appellantur & communiter signa cœlestia.

Ex stellis uerò, quædam nominantur fixæ: aliæ uerò errantes. Fixæ autem stellæ sunt, quæ in superficie cœli, simplici agitantur motu, & perpetuo eadem retinent atq; obseruant interualla & loca cœli. eundemque ordinem atq; perpetuam dispositionem. Stellæ

uerò errantes sunt Sol, Luna, *& quinq; Planetæ. Saturnus, Iupiter, Mars, Venus, Mercurius: quæ stellæ ideo Planetæ dicũtur. quia contrario mouentur motu, & primo motui opposito: inde stellæ, quæ in inferiore cœli loco, & æthere circumactæ: cursu contrario primo mundiq; motu: circumuertuntur. Quare respectu & collatione stellarum fixarum, planetæ appellantur seu errantes stellæ. uel quod noster uisus erret, siquidẽ obliqui mouentur & interdum retrocedunt: interdum etiam ulterius progrediuntur. uel deniq; quod eiusmodi stellæ errent. non autem eandem uiam, quam stellæ fixæ obseruant in suis motibus. Stellæ uerò fixæ cœlo infixæ sunt, nec proprio respectu ad sese habito ullo motu mouentur: uerum circumferuntur cœli motu & agitatione, semper in ijsdem partibus, & eodem modo orientes et occidẽtes. eædemq; nominantur stellæ fixæ: quarum infinitus est numerus: etsi tamen bis mille uiginti duas astronomi enumerent: cognitas inquam, multumq; cum inter se, tum à planetis differentes.*

Sphæra est corpus solidum, unica superficie contentum, à qua superficie, rectæ lineæ ab uno puncto, quod intra figuram est ductæ: sunt inter se æquales. tale uerò punctum nominatur centrum sphæræ.

Axis sphæræ, est recta quædam per centrum sphæræ ducta: & ex utraq; parte superficiem sphæræ attingens: quæ cum fixa & immobilis permaneat: circa eam tamen sphæra uoluitur, et circumuertitur.

Poli *uerò sphæræ sunt extremitates axis, hoc est,*

diameter. quorum alter dicitur borealis, septentrionalis arcticus. alter uero Notius meridionalis, australis, & antarcticus. Septentrionalis polus est is, qui perpetuo in nostris regionibus apparet. australis uero, qui in nostra habitatione nunquam uidetur, sed sub horizonte latet.

Circuli in sphæra descripti polus: est punctum in superficie sphæræ existens: à quo puncto, omnes lineæ rectæ ad circuli circumferentiam ductæ: sunt inter se æquales.

Mundus itaq; & cœlum & quæ in eo sunt: formam sphæræ habent: cuius sphæræ axes & poli esse dicuntur. Siquidem axis à centro arctici circuli, per centrũ sphæræ ducta ad centrum antarctici usq; circuli pertingit. Assumitur autem hæc linea recta, & inde cognoscemus, quod circa axem & eius extremitates: cœlum uertatur sicuti circa axem currus, uertuntur rotæ. Geometræ uerò ponunt axem esse lineam quandam rectam tenuem: ductam, à centro arctici circuli, usq; ad antarctici circuli centrum: sicuti est dictum. nominatur uerò axis propterea quod circa eam lineam rectam: agatur & circumuertatur cœlum. extremitates eius appellant polos, hoc est uertices à uertendo, quia circa hæc extrema puncta cœlum uertitur. In sphæra autem lignea, hæc extrema puncta axis: apparent in superficie sphæræ eminentia: uerum hæc extrema puncta: intelligenda sunt in superficie sphæræ posita esse: & non præeminere.

Circuli uero qui in sphæra describuntur, alij quidem per centrum sphæræ ducti nominantur maximi: uel (ut receptum nunc est) maiores, ex alijs uero circulis quidam utrinq; æqualiter à centro distant, et inter se æquales sunt, ut duo tropici: alij uero longius à centro distantes, minores dicuntur, ut arcticus & antarcticus.

In sphæra circuli qui sese mutuo secant in duas partes æquales, sunt maximi: & è contra circuli in sphæra maximi: sese mutuo secant in duas partes æquales.

Aliter.

Maximi in sphæra circuli dicũtur: qui unum idémque centrum habent cum sphæra.

Aliter.

Circuli qui in sphæra sunt, alij sunt æquedistantes, seu paralleli, alij obliqui, alij per polos mundi ducti.

Circuli qui ex ijsdem polis describuntur in sphæra: sunt paralleli, seu æquedistantes. & è contra, æquedistantes circuli ex ijsdem polis sunt descripti.

Aliter.

Paralleli seu æquedistantes circuli sunt: qui eosdem polos habent, quos ipse mundus. Sunt autem paralleli seu æquedistantes circuli quinq;. Arcticus, Tropicus æstiuus, Aequinoctialis, Tropicus hybernus, Antarcticus.

Arcticus circulus & antarcticus alij atq; alij apud diuersas gentes fiunt: nunc maiores, nunc minores, tandem omnino euanescunt.

Ali-

Aliter.

Arcticus circulus est qui in superficie sphæræ ex polo mundi arctico describitur: secundum maximam declinationem solis, uel secundum obliquitatem Zodiaci circuli.

Tropicus æstiuus circulus est, quem sol describit in septentrionem ascendendo: in quo cum sol existit, facit solstitium æstiuum, aut conuersionem æstiuam: in qua longissimus est totius anni dies, & breuissima nox. (Hoc sæculo fit mense Iunio.) Nam Sol non ulterius in septentrionem ascendere conspicitur, sed se conuertit ad partes alias, quas appellamus meridionales: atq; idcirco nominatur tropicus, seu à conuersione, conuersiuus.

Aequinoctialis circulus est maximus æquidistantium circulorum, quem etiam horizon in duas partes æquales secat: ita ut eius dimidia pars sit supra terrã, dimidia uerò infra. in quo circulo cum sol fuerit, facit duo æquinoctia, alterum uernale, alterum autumnale. (Hoc fit bis in anno: mense Martio, fit uernale æquinoctium, mense Septembri uero, autumnale.)

Tropicus hybernus circulus est omnium maxime meridionalis, quem sol describit motu ipsius mundi: in quo cum sol existit, facit solstitium hybernum: quo quidem tempore dies est breuissimus, & nox longissima totius anni: neq; uero Sol post conuersionem hybernã ulterius uersus meridiem progredi conspicitur: sed ad alias partes mundi septentrionales se conuertit: idcirco

eo etiam hic circulus nominatur Tropicus. Solstitiū hoc fit mense Decembri in primo gradu Capr.

Antarcticus circulus æqualis & æquedistans est arctico.

Obliquus uero est is circulus qui nominatur Zodiacus, seu circulus duodecim signorum, aut signifer. hic autem circulus ex tribus constat æquedistantibus circulis. quorum duo extremi eius determinant latitudinem: medius uerò appellatur circulus per media signa. hic duos attingit circulos æquales & æquedistantes. Tropicum quidem æstiuum, in primo gradu Cancri, tropicum uerò hybernum, in primo gradu Capricorni. Latitudo uero Zodiaci est duodecim partium. Nominatur uero obliquus hic Zodiacus circulus, quia circulos æquedistantes secat.

Est & circulus lacteus obliquus, qui quidem maiori latitudine obliquatur tropico circulo. constat uero ex tenui & nebulosa substantia, & solus in cælo oculis cernitur. Reliqui enim omnes, ratione & mente concipiuntur ex situ & dispositione astrorum, & dioptræ contemplatione, & nostræ cogitationi impressi. eius uerò latitudo non est certa & definita, sed in quibusdam partibus latior, in alijs angustior est. quam etiam ob causam, circulus lacteus non describitur in sphæris plerisq;. deniq; & hic circulus est è numero maximorum in sphæra circulorum.

Per polos mundi circuli ducti dicuntur, qui à nonnullis appellātur Coluri, quibus accidit ut polos mundi

di habeant in suis proprijs circumferentijs. appellantur uero Coluri, quia partes quædam horum circulorum non conspiciuntur, siquidem reliqui circuli motu & conuersione mundi, integri uidentur, sed quædam partes colurorum circulorum non sunt conspicuæ, eæ scilicet, quæ sub horizonte, uersus antarcticum circulum absconduntur. Describuntur autem hi circuli per puncta solstitialia, & in partes quatuor diuidunt circulum per media signa.

Meridianus circulus est qui per polos mundi, & punctum uerticale, seu uerticem describitur, ad quem cum sol peruenit, medium dierum & medium noctium efficit: atq; hic circulus immobilis in mundo est, & eundem situm occupat in tota mundi conuersione. Verum hic circulus in sphæris stellis insignitis non describitur, quia immobilis est, & nullam recipit uariationem, sed quo ad sensum ad stadia trecenta idem manet meridianus: sed si exactius & ratione ipsa ad amussim uelimus inquirere: tum è uestigio facta progressione, uel in ortum, uel in occasum mutatur: & fit alius meridianus. Profectione enim instituta, uel in septentrionem, uel meridiem, etiamsi ultra decem millia stadiorum conficiantur; idem manet meridianus sed ab ortu in occasum proficiscendo diuersi obseruantur meridiani.

Horizon talis circulus est, qui manifestam cœli partem ab occulta distinguit, & totam mundi sphæram diuidit in duas partes æquales. ita ut dimidia sphæræ

pars

pars sit supra terram: & dimidia pars infra terram. Sunt uerò duo horizontes, unus quem sensilem nominant, alter uero ratione & mente perceptus, quem rationalem quidam appellant. Sensilis horizon est, quem uisus noster in termino uisionis circumscribit, qui diametrum maiorem non habet quam ad duo millia stadiorum. Rationalis horizon uero est, qui ad sphæram stellarum fixarum se extendit, & diuidit totum mundum in duas partes æquales. Verum non in quauis regione uel etiam urbe: idem est Horizon: sed quò ad sensum, ferè ad stadia quadringenta: permanet idem horizon: unde etiam longitudines dierum, & clima ipsum, deniq; omnes apparẽtiæ eædem permanent quod si uero numerus stadiorum augeatur, facta mutatione habitationis: alius fit horizon differens secundum clima: postremò omnes apparentiæ mutantur. Hæc autem ultra quadringenta stadia mutatio, et pro fectio, cõsideranda: & facienda est in septentrionẽ & meridiem. quia omnes quicunq; sub eodem parallelo habitant, etiamsi decem millibus stadijs, hoc est infinito stadiorum numero ultra distent: horizon quidem erit mutatus, sed clima non mutabitur: neq; etiam diuersæ fiunt apparentiæ. Veruntamen dierum initia & fines ijs, qui sub eodem habitant parallelo: nõ erunt eodem temporis momento. quod si uero quis ad amussim & ipso rationis examine scrutari uelit: quouis momento in quamcunq; partem mundi, mutabitur horizontis situs & clima, & omnes apparentiæ uariabuntur.

Sed & hic circulus in sphæram ipsam non adhibetur: hanc maximam ob causam. nam reliqui circuli omnes circumacto mundo unà rapiuntur ab ortu in occasum, motu ipsius mundi. Horizon *uerò natura est immobilis: perpetuo eundem situm & locum occupans. quod si igitur adhiberentur in sphæris horizontes, in conuersione, & circumuolutione sphærarum contingeret, & horizontem moueri, & interdum peruenire ad uerticem quod fieri nequit, & pugnat cum doctrina sphærica.* Q*uare in theca seu aluco sphæræ imaginamur* Horizontis *situm & locum.*

Zonæ dicuntur spatia & interualla æquedistantium circulorum, sunt autem Zonæ cum in cœlo tum etiam in terris, quæ quidem terrestres, cœlestibus zonis perpendiculariter sunt subiectæ. propriè tamen in cælo appellantur circuli, in terra uerò zonæ. sunt autem in uniuersum quinq; zonæ, quarum duæ minimè habitabiles propter nimium frigoris excessum, quarum altera Meridionalis*, altera* Septentrionalis *dicitur. ex tribus uerò quæ his interiectæ sunt, duæ sunt temperatæ, una uerò torrida & temperatarum zonarum alia quidem* Septentrionalior*, alia uerò* Meridionalior. E*st autem* Septentrionalior*, quæ ab* A*rctico circulo usq; ad tropicum æstiuum se extendit.* M*eridionalis uerò temperata ab antarctico, usq; ad tropicum hybernum.*

Sunt autem temperatæ, propterea quod non molestentur neq; intemperatò frigore, neq; æstus & caloris

excessu, & quod hæ ipsæ zonæ temperatæ sint inter uiam Solis: & zonas frigidas. media autē omnium harum à tropico æstiuo, usq; ad tropicum hybernum, tātam habet latitudinem, quantam Sol ipse percurrit. Nominatur uerò zona torrida & adusta quod calore & quasi igne torreatur: cum Sol perpetuò discurrat per hanc zonam. deniq; sunt qui hanc dicant inhabitabilem esse, sunt alij qui uolunt eam habitari.

Clima terræ, dicitur esse spatiū terræ, duobus circulis æquedistantibus interclusum: in quo longißimi diei differentia: fit augmento dimidiæ horæ æquinoctialis. eaq; sunt in zonis temperatis, quorum Septentrionalia dicuntur esse climata: Meridionalia uerò anticlimata. Sunt autem septem climata. medium primi climatis 13. horarum est æquinoctialium, & appellatur per Mereon. Medium secundi est 13. horarum dimidiæ Per Syenen. Medium tertij climatis est horarum 14. medium quarti habet diem longißimum horarum 14 & dimidiatæ partis unius horæ. medium quinti climatis habet longißimum diem horarum 15 æquinoctialium. medium sexti climatis habet longißimum diem horarum æquinoctialium 15 & dimidiæ partis unius horæ. deniq; medium septimi climatis habet longißimum diem horarum æquinoctialium 16. atq; sic ueteres Astronomi enumerant climata zonæ temperatæ Septentrionalis.

Primum nunc exponemus occasum & ortum stellarum. astra quidem nonnulla semper apparent: alia ue-

rò aliquando conspiciuntur, aliquando uerò latent. deniq; sunt quæ omnino non apparent. illa itaq; astra dicuntur semper apparere: quæcunq; (secundum Græcos) inclusa sunt arctico circulo: sed ut Neoterici uolunt, quæ maximo semper apparentium circulorum inclusa sunt circulo. nunquam enim illa occidunt, sicuti nec ipsi circuli hæc astra includentes occidunt. sed perpetuo in superiore semicirculo, unà cum astris inclusis apparent. astra autem non apparentia sunt, quæcunq; antarctico comprehenduntur circulo: uel ut recentiores uolunt, quæ circulo semper latentium & occultorum maximo continentur.

Reliqua his exceptis astra nonnunquam oriuntur, nonnunquam occidunt.

Est autem duplex occasus, sicuti & duplex ortus, quorum alter nominatur ortus uel occasus matutinus, alter uerò ortus uel occasus uespertinus. Matutinus uerò ortus est, quando unà cum Sole astra exoriuntur, non autem post Solem. Ortus uespertinus uerò, cum Sole iam occidente, quædam astra exoriuntur. Occasus matutinus est, quando Sole exoriente hæc uel illa astra occidunt. deniq; uespertinus occasus est, quando astra cum Sole occidente occidunt.

Differt uerò exortus ab ortu: quia exortus est, quādo simul cum Sole, stella aliqua supra horizōtem ascendit: ortus uerò est, quando ante Solem, sub matutinum tempus: astrum aliquod oritur: et post illud oritur tandem sol. Hoc tamen notandum uenit, quod cum omni

hora circumferatur & circumuoluatur sphæra: necesse sit etiam astra omni tempore: & quouis die & nocte esse circumducta: & circumuoluta, interdiu autem non apparere, propter Solis splendorem, qui sua claritate tegit stellas neq; etiam exortum astri alicuius esse dicendum: quando secūda aut tertia hora: ascendit supra terram: sed tum demum, quando unà cum Sole exoritur: sic & occasum, quando unà cum Sole occidit.

Est igitur sphæra recta, quando poli ipsius sphæræ (qui etiam sunt poli æquinoctialis circuli) fuerint in horizontis superficie. & horizon per polos æquinoctialis circuli ductus: ad angulos rectos fuerit ipso æquinoctiali. Sphæræ autem inclinatio aut sphæra inclinata & obliqua est. in quibus regionibus æquinoctialis ad horizontem inclinatur. hoc est, in quibus regionibus poli sphæræ non sunt in horizonte. nam si poli æquinoctialis non fuerint in horizonte: tum inclinatur æquinoctialis ad horizōtem: ideoq; eiusmodi sphæræ situs nominant inclinationes.

Est etiā ascensio nihil aliud quam circumferentia æquinoctialis, quæ exoritur cum aliqua Zodiaci circuli circumferentia. descensio uerò est circumferentia æquinoctialis, quæ cum Zodiaci aliqua circumferentia simul occidit Præterea tempus sunt segmenta quædam æquinoctialis. quia circa polos æquinoctialis fit motus totius cœli: æquabiliter ab ortu in occasum. atqui necesse est temporum dimensiones fieri, in quodam

maximo circulo æquali & certo ordinatoq́; motu circumuoluto.

Sed ut apertius singula distinguamus: ex ijs qui in zonis temperatis habitant: alij quidem sunt Periœci, *nonnulli* Antœci, *quidam* Antichthones, *aliqui deniq;* Antipodes. *Sunt itaq;* Periœci *qui eandem inhabitant terram. Vt qui Septentrionalem zonam incolunt, sunt inter se* Periœci. *Antœci uero sunt qui Meridionalem incolunt zonam, ad eos qui Septentrionalem inhabitant zonam. quia Septentrionalis zona Meridionali opposita habitatio est. & Meridionalis Septentrionali. Antichthones uero sunt qui per diametrum in similibus habitant zonis, ut qui in Septētrionali habitant zona supraq́; terram, hemisphærio. sic etiam in Meridionali. Antipodes deniq; qui per diametrum in zonis oppositis habitant, ut ij qui sub tropico Cancri habitant, sunt antipodes ijs qui sub tropico Capricorni uiuunt.*

Qui ergo in terris habitant, alij quidem sunt Ascij, id est, nullas umbras habent, alij Brachyscij, hoc est, breues umbras, alij longas habent & Macroscij dicuntur. Sunt qui Heteroscij, item alij Antiscij & quidam denique amphiscij appellantur. Ascij ergo dicuntur, qui hora sexta solem habent supra uerticem. nam si quis stylum rectum constituat & erigat: nulla eius styli iaceretur umbra. sic quoq;, qui Solem supra uerticem habent meridianum, nulla fieret eis umbra. Sunt autem ij, qui sub æquinoctiali habitant, nam Sole existen-

stente in Ariete uel Libra: cum sibi habent supra uerticem. Aiunt uerò in Syene, & Elephantina Ascios fieri, Sole existente in Cancro circa horam sextam diei. Brachiscij uero sunt qui non multum distantem Solem habent: Macroscij uerò qui eum longè habent distantem. Heteroscij autem qui in hac parte terræ habitant, quia umbra nostra in alteram flectitur partem. uoco autem dextram & Septentrionalem similiter nostri Antœci sunt Heteroscij, quoniam & ipsorum umbra ad sinistram flectitur partem Meridionalem. Antiscij denique qui in Septentrionali sunt. nam habent umbras contrarias. alij quidem in dextras partes, alij in sinistras quum Sol illis sit intermedius. Amphiscij fiunt ij, qui sub æquinoctiali habitant, qui & ipsi sunt Ascij. interdum enim quando Sol ab Ariete in Taurum, & insequentia signa progreditur: tum habent eandem umbram, in partes sinistras sed si Sol ab æquinoctio Autumnali, à Libra in Scorpionem & signa insequentia progreditur: tum umbra eorum flectitur in partes dextras. Itaque fit ut qui eam inhabitent terram, interdum sint Ascij, tum scilicet si Sol est in Ariete uel Libra: & supra uerticem eorum uersatur nonnunquam uerò umbram habebunt sinistram, quando in Scorpione, & cæteris signis fuerit Sol. Sunt etiam quidam qui uolunt esse etiam Periscios, qui circa se umbram habent in circulo ductam, & sunt ij, qui sub polis habitãt: in quibus regionibus annus diuiditur in diem & noctem. Nam cum Horizon corũ fiat æqui-

noctialis: atq; sex signa semper sint supra terram: & sex alia infra terram. circulum itaq; describunt umbræ ipsorum. ideoq; periscios eos faciunt, in circulorum similitudinem in climatibus sub polis circumuerso mundo.

Quoniam sub Zodiaco circulo omnes Planetæ feruntur: & nonnunquam eptentrionali, interdum uerò Meridionali parti appropinquant: Solus tamen Sol mouetur in circulo per media signa, ita ut neq; Septentrionali, neq; Meridionali propius accedat atq; mundo ipso & partibus Septentrionalibus atq; Meridionalibus à solstitio ad solstitium progrediens accedit propius. neutri tamen Zodiaci parti extremæ accedit, sed secat medium eius circulum sua progreßione. unde etiam circulus Solis appellatur. Cæteri uerò Planetæ in mundo circumeunt in partibus Septentrionalibus & Meridionalibus: in ipsoq; Zodiaco circulo in Helices formam circumuoluuntur. Vnde & Lunæ circulus Zodiaco subiectus, & per totum Zodiacum obliquus: secat circulum per media signa necessario in duobus punctis. appellatur uerò circulus Solis uel linea ecliptica. ipsas uerò sectiones uocant contactus, & quidam nodos nominant.

In coniunctione itaq; deficit Solis lumen, quia Luna interponitur Soli in nodis uel prope nodos. est eclipsis Solis non paßio quædam Solis, sed nostri uisus. quia intermedia facta Luna inter nos & Solem: non potest uisus noster Solem attingere, cum Luna sit inter-

terposita ei. Lunæ uerò eclipsis est eius affectio seu passio quando enim incidit in umbram terræ: priuatur lumine Solari, à terra obscura. Id autem fit quando in una eademq́; linea recta: fiunt Sol & terra: atq; Luna interposita terræ fuerit quod tantum fieri potest in plenilunio.

Quare si quando Luna diametralis existens deprehenderit Solem, aut in dextris & Septentrionalibus, aut in sinistris atq; oppositis Zodiaci partibus: tum euitat umbram terræ. ideoq; non in omni plenilunio deficit: sed si diametraliter soli opposita sic deprehenderit Solem, ut unam aliquam lineam rectam possis ducere per centra Solis, terræ & Lunæ: tum exactè incidens in umbram terræ: facit eclipsem perfectam.

Quia uerò de coniunctione seu nouilunio & oppositione seu plenilunio, quædam diximus: etiam de illuminatione & figura Lunæ quædam sunt proponenda. Antiquissimi itaq; Physicorum et Astrologorum: sciebant quod Luna à Sole lumen suum habeat, sicuti id manifestum est ex Etymologia nominis eius, propterea quod nouum lumen semper habeat: præterea quia intrantibus ad sacra Dianæ: faces dabantur. Id quod indicium erat atq; symbolum, Lunam habere suum lumē externè & aliunde.

Veteres itaq; tres Lunæ dicebant esse figuras: primam corniculatam alteram dimidiatam, tertiam plenam. Vnde etiam Dianam triformem consuetum est fingere: recentiores addiderunt hisce tribus, eam quam

nunc solent nominare gibbosam aut utrinq; falcatam, quæ maior est dimidiata, & minor plena Luna.

Nascitur uerò Luna singulis mensibus: attamen Luna nascens seu noua, & Luna exoriens differunt. Nam post dies tres aut quatuor, postquam noua fuit, exoritur: non quidem totum habens lumen circumferentiale sed corniculatum: deinde cum ad dimidium creuit fit dimidiata: sed si duæ totius partes lumine fuerint completæ: nominatur utrinq; gibbosa. tandem plena existens appellatur plenilunium, aut luna plena & semimenstrua. postquā enim ad diem decimumquintū peruenit, plena est, uel dimidium mensis, quando triginta dierum tempus in duas æquales partes diuidimus. Rursus ab ipso tempore plenilunij incipit decrescere, atque primo loco fit utrinq; gibbosa, deniq; dimidiata, tandem corniculata. Atq; hæc de his.

Differunt ea, quæ inter cœlum & terram sunt in sublimi, ab ijs quæ in cœlo existunt. Nam meteora in cœlo & aëre sunt, ut Sol & cæteræ stellæ, cœlum ipsum atq; æther sublimia uerò à Græcis μεταρσία dicta, intra aërem & terram uersantur. ut sunt uenti, nubes, imbres, fulgetra, tonitrua, cometæ, stellæ, apparentes, gelu, lampades, Irides, Halones, traiectiones ignium, & aquarum copia. quare aliquid nunc dicendum nobis erit de rebus hisce sublimibus, cum de cœlestibus ante sit dictum, atque primo de Ventis exponemus.

Anaximander itaque inquit, Ventum esse aëris flu-

fluxum, quidam uerò aëris exhalationem, alij uentum ab aura differre dicebant. Ventum enim esse aëris fluxum, auram uerò exhalationem terræ, & alios uentos dicunt esse è nubibus, ideoq; nominari Ecnephias, *alios è terra elatos: qui* Apogæi *appellantur. sic ex aquis prosilire quosdam: qui dicuntur* Enidrij, *à sinu uenientes,* Colpios, *à montibus, horios uel horestios. nam apud* Aristotelem *in libro de uentis, & à* Callimacho *ita nominãtur, etiam à locis quibusdam aiunt eos nomen habere, utpote* Cæciam, *qui à flumine* Caio, & Sceirona *à scopulis* Scerronijs, *nonnulli uenti etiam suum habent nomen ab impetu, tanquam uehementer flantes & spirantes. & qui tremore atque saltu fiunt* Thyellæ. *quidam nomen habent à figura ut qui occasu quodam feruntur, strobili. & qui ab inferiore loco sursum feruntur,* Præsteres. *Sed &* Eratosthenes *de uentis scripsit. Sunt autem quatuor præcipui & generalissimi uenti. quorum qui ab ortu flat appellatur* Apeliotes. *à* Septentrionali *polo* Boreas, *ab antarctico polo* Auster, *ab occasu* Zephyrus, *quia* Zephos *ueteribus* Poëtis *est occasus.* De cometis & stellis apparẽtibus *multi scripserunt sicuti et* Demetrius, *uerum non in cœlo sed in aëre fiunt: qui ergo habent lumen suum inferius tendens & splendores deorsum tendentes habent, nominantur* Cometæ: *qui uero sursum habent suũ lumẽ extensum,* Lampades *uocantur. quando uero lumen habent oblongum, appellãtur* Docides, *deniq; si lumen conspicitur uiride, appellatur* Iris.

Quod

Quod si uerò circa Solem fuerit circulus (interdum duo aut tres fiunt) unde & Aratus Halonem sinuosum appellauit. tum inquam dicitur esse Halo. sed si à stellis fit luminis apertio, et ad inferiora tendit, nominantur rhymi & Phyaces. sed de loco ad locum salientes: nominantur Attontes & Diattontes, hoc est, stellæ cadentes. Id quod fit si stellæ à spiritu & flatu concutiuntur tanquam scintillæ emittentes. Ideoq; Aratus inquit hoc esse indicium uentorum. sic etiam consequenter aiunt circa Cancrum esse stellas quas nominant Asellos. Cometas uerò & quæ huius sunt generis aiunt fieri ex congressu stellarum illuminantium eos. alij uerò ex nubibus accensis, & illuminari ex collisione. uerum non semper apparent, sed fiunt certis temporũ periodis. Quando etiam nubes inter se concurrunt & collidunt, faciunt tonitrua: sed ruptæ & spiritum cum maximo impetu emittentes: efficiunt fulgura propter uim & impetum resiliente spiritu. fulgetra uerò fiunt, quando ex ipsis nubibus splendor resilit, & extinguitur: aut ex igne emissi sunt splendores. Imbres uerò fiunt ex humida eruptione, & nubibus humidis.

Fiunt enim ex aquis, terræ exhalationes: quarum alia quidem est humida, & plena uapore & expiratione: altera uerò sicca & fumosa. Ea itaq; quæ humida abundansq; est & concreta, facit nubes: & permutationes, pluuias, & imbres, & flatus omnes, qui ex his fiunt. Est autem nebula nubes quædam, aquæ nequaquam genitrix, uel exhalatio, uapore plena. Caligo

uerò

uerò nubes nigra & densata. Serenitas autem aër absque nubibus & nebulis. Caligo etiam est crassitudo aëris non cohærens. Parua autem nebula est nebula tenuissima, uacua aquis. Ros semiconcretus, est humidũ quiddam ex æthere, secundum constitutionem tenuem serenitatis. Gutta est aqua tenuiter destillans in terram. Pluuia uerò est gutta copiosa & continua. Imber autem paruæ compagines aquæ ex nube per transmutationem. Glacies est aqua concreta. Pruina est ros semiconcretus seu glaciatus. Nix uerò est pluuiarum destillatio, seu gutta ex nube concreta et glaciata. Nix seu imber niualis est, quando tenuiter & minutim nix descendit. Quando uerò est ex niue uolutim contorta. Sicca uerò exhalatio facit uentos, sed si incidat & incensa fuerit atq; ignita, efficit fulmina, sed si feratur conglobata & semiignea existens Præsteres: non autem ignita quodammodo Typhonas sursum elata facit Ecnephias. deniq; fulmen, Præstera & Typhona cum impetu exorientes appellant Scopios, hoc est, fulmen uiolentum.

Atque hæc sufficiant tanquam breui explicatione de his dicta.

Musicæ & Harmonicæ Vocabula.

MVsica est cognitio cantus atq; modulationis, & earum rerum, quæ cantui atq; modulationi accidunt.

dunt. Musicus uero nominatur is qui percepit accidentia omnia melodiæ, quomodo illa cantui insint. quædã natura ipsa: quædam uero nostro usu. natura quidem, qualia sunt acutum & graue: atq; interualla: usu uero concinna illa uocũ moderatio. Constat autem Musica ex phtongis, melis seu modulationibus, & systematibus.

Harmonica uero est, uis atq; potentia, qua percipimus differentias in uocibus & sonis, uersantibus circa acutum & graue. Vox uero est affectio aëris percussi: atq; primum & generalißimum inter ea, quæ auribus percipiuntur.

Vniuersam Musicam consueuerunt diuidere: in eam quã doctrinam Harmonicam appellãt: & in eam, quæ Rhytimica dicitur: & Metricam: atq; Organicam: & quæ per excellentiam proprie Poëtica appellatur: hypocriticam quam & hystrionicam Omnes enim ij nominantur musici: qui artifices sunt & periti harũ artium. Atq; cæteræ partes totius musicæ hoc loco prætermittantur: sed de Harmonica uidendum erit: quæ loco atq; ordine prima existit: & habet uim elementarem, eamq; contemplatiuam: eorum quæ principalia sunt in Musica: ut sunt phtongi & interualla: & quæ ex his sunt systemata, atq; in his apparentia genera: omniaq; ea, quæ simul cum his operantur: ut perfectorum quæ dicuntur esse systematum cognitionem habeamus.

Hanc uero Harmonicam quidam ita definiunt, quod

quod sit scientia contemplatiua naturæ eius. quod ad harmoniam formatur: alij uero eam nominant habitū contemplatiuum, Cantus *qui ex interuallis constat: & earum rerum, quæ huic cantui accidunt: quem quidem cantum, proprie nominant ad harmoniam formatum: atq; hæc solent appellare modos, atq; locos.* Ptolemæus *uero harmonicam definiuit uim & potentiam comprehendendi differentias in uocibus: quæ uersantur circa acutum & graue.* Veruntamen *hæ definitiones uidentur ad unum tendere scopum, atq; finem. siue enim sit uis & potentia comprehensiua: erit etiam contemplatiuus habitus: hæc eadē uis, qui hic habitus dicitur: etiā sciētia dicitur: secundū ueterē huius uocabuli usurpationem: qua, communi uocabulo omnes habitus contemplatiuos intelligimus. deinde quod in definitione ponitur differentiarum in uocibus, circa acutum & graue uersantibus: nihil differt ab eo, si quis dicat naturæ eius, quod ad* Harmoniam *est formatum: uel etiā modulationis, quæ constat interuallis. quia ex differentijs acuti & grauis constituitur id, quod ad harmoniam est formatum: quod etiam nominatur cantus ex interuallis constans.* Quare *si sic explicemus has definitiones uidebuntur in unum respicere.*

Canonica *doctrina secundum quorundam sententiam, ut* Pythagoricorum *uniuersalis est. quam enim nunc* Harmonicam *nominamus: illi appellarunt* Canonicam. Atqui *canonicam appellamus, non ut quidam arbitrantur à* Canone *instrumento cognominatam.*

tam. sed à rectitudine, uel etiam ab eo quod sit rectitudinis symmetriarum mensura. quod per hanc doctrinam, inueniamus rectitudinis rationem: & eius quod ad harmoniam est formatum.

Vocant etiam Canonicam & illam perceptionem tibiarum, & aliorum instrumentorum: quamuis hæc non sint Canonica. sed quia pauci quidam illis accommodant theoremata, etiam hæc nominatur canonica. Quare potius instrumentum Canon appellatur à doctrina canonica quam è contra. Canonicus uerò est uniuersaliter Harmonicus, qui uerba facit de eo quod ad Harmoniā est formatum. Differunt autem Musici & Canonici, quod dicantur illi Harmonici, qui à sensuum iudicio initium faciunt. Canonici uerò Pythagorici Harmonici. sed generali uocabulo omnes sunt Musici.

Doctrina autem Canonis est facta ex ijs, quæ à Musicis traduntur: & ex ijs, quæ à Mathematicis assumuntur: quare hypotheses canonicæ doctrinæ sic posset aliquis definire: quod uersentur in scientia Musicæ, & numerorum, atq; Geometriæ. Partes etiam Harmonicæ sunt septem. prima de phtongis, deinde altera de interuallis, tertia de generibus, quarta de Systematibus, quinta de tonis, sexta de mutatione, septima de Melopoeia.

Sonus est concinnus uocis casus ad unam extensionem.

Interuallum autem est, quod continetur duobus

sonis,

sonis, acumine & grauitate differentibus.

Genus, est certa quatuor sonorum diuisio.

Constitutio est, quod constat ex interuallis pluribus uno.

Tonus, est quidam uocis locus, systematis capax, latitudine carens.

Mutatio est similis alicuius in dissimilem locum transpositio.

Melopœia, est usus harmonicæ tractationi subiectorum, ad decorum propositi argumenti.

Primus autem antiquorum, qui perfectum Systema constituit, eius quod ad Harmoniam formatur: fuit Pythagoras Samius. is enim in adytis Regū Aegyptiacorum, ueterē Orphei lyram septem chordarum cum inuenisset: quam Terpander ex Lesbo, cum in Aegyptum uenisset, in abdytis illis reposuit: postquam cum sapientibus sacerdotibus Aegypti, suos contulisset sermones: ut Aegyptiorum quoq; sapiētiam teneret atq; tractaret: cum diligenti studio incumberet sectioni Lyræ: & secundum quas rationes atq; proportiones illa esset secta: si quispiam alius, tum maxime Pythagoras singulari acumine & iudicio comprehendit. Quare Pythagoras primus fuit, qui perfectum systema eius, quod ad harmoniam est formatum constituit: quod quidem systema, factum est ex duabus Lyris octo chordarum: uel quod idem est, ex quindecim chordis.

Sed quia in perfecto systemate eius, quod ad harmoniam formatur: uel quod idem est in sensuali har-

monia instrumenti alicuius. non solum phtongi, sed & interualla, atq; genera, mutationes etiam & toni considerantur. idcirco necesse omnino erit de unoquoq; horum prius pauca quædam explicare. atque omnium primo loco de phtongo. quia phtongus est primum principium huiusmodi harmoniæ: sicuti unitas numeri, & punctum lineæ: atq; instans seu momentum, principium est temporis.

Atqui rursus phtongus, & aliæ omnia in qualitate uocis consyderantur: cuius localis motus differentiæ sunt duæ. una quidem continua, quæ obscure facit suas remissiones & intensiones, atq; sensui nunquam uidetur usq; ad silentium consistere. altera uero interuallis constans, quæ contrarie mouetur, quam continua. uel quæ remissiones & intensiones obscuras quidem facit: sed tensiones omnino apertas atq; manifestas. Continua itaq; est quædam rationalis altera uero interuallis constans melodica.

Est autem epitasis, continuus uocis motus à loco grauiore ad locum acutiorem. Anesis uero similiter est motus uocis, continuus à loco acutiore ad grauiorem. horum uero * est acutum & graue. uerum acutum quidem ipsius intensionis, graue uero remissionis.

Tasis uero est mansio, & status uocis. uel quod idem est æquabilitas uocis motus localis, uel idem uocis motus localis. Tum enim nos dicimus uocem stare: quando ipse sensus noster indicat: & neq; ad acu-

tum

tum, neq; ad graue tendit: sed in una eademq; tasi, uel tensione permanet. Videtur autem uox hoc facere in eo dum modulamur. nam mouetur in eo, quod faciat interuallum. consistit uero in phtongo: unde etiam phtongi appellantur tasels.

Est itaq; phtongus psophus, hoc est, * *& psophus affectio aëris percussi: primum & generalissimum eorum: quæ auribus percipiuntur. Vel phtongus est uocis casus concinnus, ad unam tensionē. uel uox interuallo constans. hæc enim apta & idonea ad cantum. huic uero definitioni addita sunt hæc, ad unam tasim: quia totus cantus, est casus ad multas taseis: imò tot, quot ipse cantus in se habet secundum systema. Phtongus autem cum sit una aliqua minima pars cantus: idcirco etiam necessario unicam tantum, quæ in eo sit tasim seu tensionem habet. Vel phtongus est tasis uocis concinna. Concinna uero nominatur: propterea quod possit acuta uoce inueniri acutior: graui grauior: & eadem illa uox erit media. idcirco etiam phtongus esse dicitur: non omnis uox, neque etiam omnis uocis tasis, sed tantum tasis concinna. ut hypate, mese, nete, & consimiles reliquæ uoces. uel ut apertius dicamus. Phtongus est unius chordæ quædam, ut nunc uocant resonantia. Sunt autem natura quidem infiniti phtongi: potentia uero, uel quod idem est, ipsa in instrumento resonantia, & ordine, in unoquoq; genere secundum Ptolemæum quindecim. Atq; ex his alij sunt stantes seu fixi: alij uero*

gis minusq; tendi. Deniq; *est & hæc definitio, quod, interuallum sit certa quædam habitudo duorũ phtongorum inter se.*

Sunt autem quinq; interuallorum differentiæ: quarum prius est, secundum quam magnitudinibus inter se differunt. altera uero, secũdum quam symphona à diaphonis. tertia uero, qua composita à non compositis: quarta qua genere differunt. quinta qua rationalia differunt ab irrationalibus.

Systema est id quod fit & componitur, ex pluribus interuallis quam uno. Sunt autem septem differentiæ systematum. quatuor quidem eadem sunt cum interuallis: ut magnitudinis, generis symphoni & diaphoni: rationalis & irrationalis. tres uero sunt propriæ systamatibus. ut continui & hyberbatis, atq; synemeni & diezeugmeni: item mutationi obnoxij, quod ἐμμετάβολον uocant, & ametaboli: quod mutationem non habet.

Genus est diuisio quædam quatuor phtongorum, uel genus est melos uel cãtus, qui indicat morem quendam uniuersalem: in se continens differentes formas seu species. Sunt autem tria genera melodiæ. Harmonicum, *chroma, diatonum. quæ quidem ex propinquitate, et remotione interuallorum, suas sumunt differentias.*

Tonus est locus quidam uocis, qui recipit systema, & est absq; ulla latitudine. Dicitur *autem quatuor modis, uel enim ut phtongus, uel ut interuallum, uel*

ut locus uocis, uel ut tenor. Atqui secundum Aristoxenem sunt tredecim toni. hypodorius, hypoiastius, hypophrygius, hypoæolius, hypolydius, Dorius, Iastius, phrygius, Aeolius, Lydius, Mixolydius, & hyperdorius, atq; hyperiastius: item hypermixolydius, & hyperphrygius. Verum iuxta Ptolemæum sunt octo tantum. hypodorius, hypophrygius, hypolydius, dorius, phrygius, Lydius, mixolydius, hypermixolydius. Hoc tamen obseruandum est, quod generaliter antiquißimi toni fuerint tantum tres. Dorius, phrygius, Lydius. Hi uero nomina sua habent à gentibus à quibus originem ducunt. Ex quibus etiam Dorius quidem utilis est in uocis exercitationibus grauioribus. Lydius uero acutioribus, phrygius medijs. reliqui autem potißimum in instrumentalibus compositionibus præcipue obseruantur.

Mutatio, est transpositio alicuius similis, in dißimilem locum: uel permutatio & alteratio systematis subiecti & characteris ipsius uocis. quatuor uero modis sumitur mutatio. uel enim secundum genus, uel systema, uel tonum, uel melopociam. atq; hæc de his.

Atqui Musici & Organici cantus nomina, ut breuiter dicam: sunt duodecim Prolepsis, Eclepsis, prolemmatismus, Melismus, Procrusis, Ecrusis. Procrusmus, Eccrusmus, Compismus, Teretismus, & Diastolæ.

Prolepsis itaq; est intensio ex sono grauiore, ad acutiorem, secũdum cantum musicum facta. uel etiam

remano

remanſio, aut modificatio: quam nonnulli appellant, ſub uno extrinſecus. quæ quidem modificatio non ſit ſimpliciter, ſed uarijs modis immediate & mediate.

Eclepſis contrario modo ſit. uel eſt remiſſio ab acutiore ſono ad grauiorem: iuxta muſicum cantum. ſit autem & hæc remiſſio non ſimpliciter, ſed uarie, aut immediate, aut mediate.

Prolemmatiſmus uero eſt, quando eodem phtongo bis iuxta cantum muſicum ſumpto, medius quidem acutus ſonus ſimiliter iuxta cantum muſicum aſſumitur. atq; hic quod non ſimpliciter, ſed uarijs ſumitur, atq; ſit modis, uel immediate, uel mediate: non aliter atq; prolepſis.

Eclemmatiſmus contrario ſit modo. uel ſit quando eodem phtongo iuxta muſicum cantum exiſte[illegible] ſumitur. qui & ipſe quoq; non ſit ſimpliciter, ſed ua-rijs modis, uel immediate, uel mediate: ſicuti & Eclepſis.

Meliſmus ſit quando eundem phtongum ſæpius, quam ſemel, iuxta muſicum cantum cum ſyllaba [illegible] qua articulata aſſumimus

Præterea. Procruſis quidem eſt ex grauiore phtongo, ad acutiorem, iuxta cantum organicum intenſio. uel modificatio, quam quidam appellant ſub uno intrinſecus. quæ ſane modificatio non ſit ſimpliciter, ſed uarijs modis, uel immediate, uel mediate: ſicuti & prolepſim fieri diximus.

Eccruſis his eſt contraria. uel eſt remiſſio ab acu-

tiore sono, ad grauiorem iuxta cantum organicum. hanc quidam appellant, sub uno extrinsecus. quæ & ipsa non simpliciter: sed uarijs fit modis, uel immediate, uel mediate: sicuti & eclipsis fit.

Procrusmus autem fit, quando eodem phtongo bis sumpto, iuxta cantum organicum: medius acutior phtongus similiter secundum cantum organicum assumitur: atq; hic quoq; non simpliciter, sed uarie fit, immediate & mediate: sicuti & prolemmatismus fit.

Eccrusmus uero fit, quando eodem phtongo bis sumpto, iuxta cantũ organicũ: medius grauior phtongus similiter assumitur iuxta cantum organicum. qui & ipse non simpliciter fit, sed uarijs modis, uel immediate, uel mediate: sicuti & Eclemmatismus fit.

Compismus autem fit, quãdo eundem phtongum, sæpius quam semel iuxta organicum cantum assumimus. Sciendum uero est quod communem illam formationẽ ex compositione melismi & compismi, nonnulli appellent teretismum.

Diastole deniq; sumitur ex cantu & pulsatione: quæ etiam pacat, & distinguit, ea quæ producuntur, ab ijs quæ inferuntur.

Neq; uero illud ignorandum est ijs, qui studiosi harum sunt rerum: quod ex prædictis duodecim ipsius cantus nominibus: prolepsis quidem & eclepsis, et prolemmatismus, & eclemmatismus, & melismus, sint cantus musici. sed procrusis & ecrusis, & procrusmus, & ecrusmus, atq; compismus, sint organici

can-

cantus:deniq; teretiſmus, ſit communis, muſici & organici cantus. Nam *ſi quis ore quidem canit, digitis uero uel plectro chordas iuxta cãtum tangit, uel pulſat: tum dicitur teretiſsire: uel uere illud teretiſsire dicetur: propterea quod non ſolum acutiorem cantus partem: aut netarum tetrachordum, cum cantu, & pulſatione percurrit: uerum etiam grauiorem aut hypaton. ſic enim manifeſte cicades uidentur teretiſsire.*

Sed quia nunc quantum fieri potuit, dictum ſatis eſt de phtongis, interuallis, generibus, tonis, mutationibus, & alijs his ſimilibus, non paruam in his utilitatem habentibus: quo melius id quod harmonia quadam format comprehendamus: neceſſe eſt, ut deinceps de Melopoeia *uerba faciamus, quantum conueniet breui & ſuccinctæ huic noſtræ doctrinæ.* Nam *per melopœiam, ſicuti & per omnia quæ iam ſunt explicata: noſtra doctrina, de eo quod harmonia formatur proprium conſequetur finem. Sed quia de melopœia dicturi ſumus: prius quædam paucis erunt tradenda de* Melo *ſeu cantu. poſtea de ipſa uerba faciemus melopœia.* Nam *qui non probe intellexerit: quæ nam ſit cantus natura: is ſane non poterit uere percipere ea: quæ de melopœia dicentur.*

Eſt igitur Melos *ſeu cantus, perfectus quidem, qui conſtat ex harmonia, rythmo, & lexi. uel, qui conſtat ex acuto, & graui, uel acumine et grauitate, celeritate, & tarditate, lõgitudine, & breuitate, magis uero proprie utpote in harmonica. Cantus eſt complexio*

subiecti ad suum proprium: uel est potentia, quæ confirmat cantum: & perficit cantũ. Melopœia *uero alia quidem est hypatoeidis, altera mesoeidis, tertia* Netoeidis: *quæ distinguuntur secundum prædictas à nobis proprietates.* Partes *uero eius sunt tres.* Assumptio, *mixtio, & usus.* Sumptio *uel assumptio quidem est, per quam musico licet cognoscere: à quo uocis loco, interuallum sit sumendũ.* Vtrum *hypatoeides, an uero aliquod aliud ex reliquis.* Mixtio *uero est, per quam uel phtongos inter se, uel uocis locos concinnæ accommodamus: uel etiam genera melodiæ, uel modorum constitutiones & systemata.* Vsus *est aliqua melodiæ apta tractatio.* Huius *species rursus sunt quatuor,* Ductio, *ploce petheia, & tone. &* Agogæ *species tres, recta, reflexa et curua, atq; circumferentialis.* Recta *itaque est, quæ per continuos phtongos facit intensionẽ. reflexa uero: quæ per synnemena quidem intendit: uerum per diezeugmena remittit, uel è contra. atq; hanc quidem etiam in mutationibus consyderamus.* Ploce *uero est, quæ unum tonum extendit per interualla hyperbata aut phtongos duos uel plures & uel grauia horum uel acuta, prius ponit & ordinat: atq; cantum sic conficit.* Petheia *est pulsatio sæpius in uno tono repetita: per quam etiam cognoscimus, quos phtongos recipere debeamus, & quos omittere: & quoties unumquodq; horum et à quo incipiendum. deniq; desinendum. atq; hæc etiam constituit certam consuetudinem & morem receptum.* Tone *uero est mansio fa-*

cta una prolatione per aliquod tempus. uel quando in eodem sono plura uerba canuntur.

Differt aut melopœia à melodia, quod hæc quidem sit cantus enunciatio: illa uero habitus efficiendi uim habens: modi uero melopœiæ, quo ad genus sunt tres: Nomicus, Dithyrambicus, & Tragicus. *Nomicus itaq; modus est* Netoeidis. *Dithyrambicus uero* Mesoeidis, Tragicus, *hypatoeidis. Species etiam inueniuntur plures, quantum scilicet fieri potest, propter generalis istius similitudinem. & quidam nominantur amatorij: quæ epithalamijs proprie conueniunt: & comici, & encomiastici. nominantur uero tropici, quod simul quodammodo mos ipsius rationis & mentis appareat in cantu.*

Differunt uero melopœiæ inter se, genere: ut Enarmonios, *chromatica, & diatonos, systemate, ut* Neroeides, *mesoeides, hypatoeides. Tono ut* Dorio. Phrygio, Lydio. *Modo ut* Nomico, *Dictyrambico, tragico. Mone ut diximus, quod alia quidem melopœia sit systaltica: per quam affectiones tristes mouemus: altera uero diastematica: per quam animum erigimus & excitamus. deniq; media, per quam ducimus ad sedatam animi dispensationem & ad quietem: uocantur uero* ἤθη *mores. quia animi constitutiones per eiusmodi mores conspiciebantur & corrigebantur: nisi quod non ex his solis. quia mutatio melopœiæ fit: quando ex diastematico more, in systalticum*

aut

aut hæsychasticum, uel ex hæsychiastico, fit mutatio in aliquem morem reliquorum.

Est *autem diastematicus mos melopœiæ, per quem magnificentiam & magnanimitatem animi, atque fortitudinem indicamus: & res gestas heroum: & proprias eorum affectiones, sicuti de mutatione est dictum. quibus maxime utitur* Tragœdia, *& ex reliquis quæcunq; huius sunt notæ.* Systalticum *uero uocamus, per quem animus ad abiectionem animi, & affectionem effœminatam redigitur. atq; eiusmodi constitutio & mos, conuenit amatorijs, affectibus, lachrymis, & suspirijs, atque his similibus animi motibus.* Hesychiasticus *mos deniq;, melopœiæ est: quem subsequuntur animi tranquillitas, & liberalis, atq; pacifica animi constitutio. cui conueniunt hymni, pæanes, encomia, consultationes: & quæ his sunt similia.*

FINIS.

ΛΕΞΙΚΟΝ ΜΑ-ΘΗΜΑΤΙΚΟΝ.

ΟΝΟΜΑΤΑ ΤΗΣ ΑΡΙ-ΘΜΙΤΙΚΗΣ.

Ἀριθμητική ἐστιν ἐπιστήμη, ἡ τὴν φύσιν τε καὶ δύναμιν τῶν ἀριθμῶν, καὶ τὰ αὐτῶν πάθη, καὶ κατ' αὐτὰ ὑπάρχοντα ἀναδιδάσκουσα. Λογιστική ἐστὶ θεωρία, ἡ τῶν ἀριθμητῶν· οὐχὶ δὲ τῶν ἀριθμῶν μεταχειριστική.

Διαιρεῖται δὲ ἡ μὲν ἀριθμητική, εἴς τε τὴν τῶν γραμμικῶν ἀριθμῶν θεωρίαν· καὶ τὴν τῶν ἐπιπέδων· καὶ τὴν τῶν στερεῶν. καὶ γὰρ τὰ εἴδη τοῦ ἀριθμοῦ, καθ' αὐτὰ σκοπεῖ· προϊόντα ἀπὸ μονάδος· καὶ τὰς γενέσεις τῶν ἐπιπέδων καὶ στερεῶν· τῶν τε ὁμοίων καὶ ἀνομοίων· καὶ τὰς εἰς τρίτην αὔξησιν προόδους.

Λογιστικὴ δέ, διαιρεῖται εἴς τε τὴν κατὰ σύνθεσιν γινομένην· καὶ τὴν κατ' ἀνάλυσιν. καὶ ἡ κατὰ σύνθεσιν, ἢ ἐστὶ φυσική, ἢ τεχνική, ἢ καὶ ἀστρονομικὴ καλεῖται. ἡ δὲ κατ' ἀνάλυσιν γινομένη· ἢ προσχρῆται ὡρισμένῃ ὑποθέσει· ἢ ἀορίστῳ.

Μονάς ἐστιν ἀρχὴ παντὸς ἀριθμοῦ, ἢ ἀριθμὸς οὐκ οὖσα· γεννητική ἐστιν ἀριθμῶν· πηγὴ καὶ ῥίζα, καὶ ἀφορμὴ παντὸς πλήθους. καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν εἶναι λέγεται. ἡ δὲ λογιστικὴ τῷ ἑνὶ προσχρῆται· ὡς ἐλαχίστῳ, τ

ὑπὸ τὸ αὐτὸ πλῆθος ὁμογενῶν. Ἀριθμὸς δὲ τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος, καὶ οἱ ἀριθμοὶ εἰς ἄπειρον ἔχουσι τὴν ὕπαρξιν.

Ο δὲ ἀριθμὸς, πρῶτον διαιρεῖται εἰς μέρος μέρη, καὶ πολλαπλασίους: ἔτι δὲ ἀρτίους καὶ περιττοὺς, πρώτυς, καὶ συνθέτους, καὶ οὗτοι μὲν καλοῦνται γραμμικοί.

Οταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους, ποιῶσί τινα: ὁ γενόμενος ἐπίπεδος καλεῖται. πλευραὶ δὲ αὐτοῦ, οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.

Οταν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους, ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος στερεὸς καλεῖται, πλευραὶ δὲ αὐτῶν: οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.

Εν δὲ τούτοις τυγχάνουσι τινὲς μὲν ἀριθμοὶ τετράγωνοι, τινες δὲ κύβοι, καὶ τινὲς δυναμοδυνάμεις, δυναμόκυβοι, καὶ ἄλλοι τούτοις ὅμοιοι. τετράγωνος ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ ἰσάκις ἴσος: ἢ ὁ ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος: ἢ ὁ πολλαπλασιάζων ἑαυτὸν, ἢ ὁ γενόμενος ἐξ ἀριθμοῦ τινος, ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθέντος. αὐτὸς δὲ ἀριθμὸς καλεῖται πλευρὰ τοῦ τετραγώνου: ὁ δὲ τετράγωνος, δύναμις, καὶ ἐστιν αὐτῇ σημεῖον τὸ δ. ἀριθμὸς τοίνυν ἐστὶν ἐπὶ ὑποδείγματος, ὁ γ. τετράγωνος ἐστὶν ὁ θ: ὡς ἐπὶ ὑποδείγματος. ὁ γὰρ γ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθεὶς, ποιεῖ τὸν θ, καὶ ἐστιν ὁ γ πλευρὰ τοῦ θ.

Κύβος ἀριθμός ἐστιν ὁ ἰσάκις ἴσος ἰσάκις: ἢ ὁ ὑπὸ τριῶν ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος: ἢ ὁ πολλαπλασιάζων

γων ἑαυτόν τε, καὶ τὸν ἐξ αὐτοῦ πολλαπλάσιον, ὅ ἐστιν ἐκ τετραγώνου ἐπὶ τὰς αὐτοῦ πλευρὰς πολλαπλασιασθέντος. καὶ ἔστιν αὐτοῦ σημεῖον τὸ κ. οἷον κύβος ἐστὶν ὁ κ ζ. ὁ γὰρ γ ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν ἀπ' αὐτοῦ τετράγωνον πολλαπλασιασθεὶς ποιεῖ τὸν κ ζ.

Δυναμοδυνάμεων ἀριθμοί εἰσιν· οἱ ἐκ τετραγώνων ἐφ' ἑαυτοὺς πολυπλασιασθέντων· καὶ ἔστιν αὐτῆς τῆς δυναμοδυνάμεως σημεῖον δέλτα δύο, οἷον Δ Δ. ἐπὶ ὑποδείγματος, δυναμοδύναμις ἐστὶν ὁ π α. ὁ γὰρ τετράγωνος ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθεὶς· ταυτὸν δὲ εἰπεῖν ὁ γ ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν κ ζ κύβον, ποιεῖ τὸν π α.

Δυναμόκυβος ἐστὶν ὁ ἐκ τετραγώνου ἐπὶ τὸν ἀπὸ τῆς αὐτῆς αὐτῷ πλευρᾶς κύβον πολλαπλασιασθείς· καὶ ἔστιν αὐτοῦ σημεῖον τὸ δ κ. οἷον δυναμόκυβος ἐστὶν ὁ σ μ γ ὁ γὰρ γ δύναμις ἐπὶ τὸν κ ζ κύβον πολλαπλασιασθείς· ταυτὸν δὲ εἰπεῖν ὁ γ ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν π α δυναμοδύναμιν· ποιεῖ τὸν σ μ γ.

Κυβόκυβος ὁ ἐκ κύβου ἑαυτὸν πολλαπλασιάσαντος, καὶ ἔστιν αὐτῷ σημεῖον δύο κ κ. οἷον, κυβόκυβος ἐστὶν ὁ ψ κ θ. ὁ γὰρ κ ζ κύβος, ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθείς, ταυτὸν δ' εἰπεῖν ὁ θ δύναμις, ἐπὶ τὸν π α δυναμοδύναμιν καὶ ἔτι γ ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν σ μ γ δυναμόκυβον· ποιεῖ τὸν ψ κ θ.

Ἡ δὲ ἔκθεσις αὐτῶν ἐστὶν ἥδε.

ἀριθμός. Δ. Κ. ΔΔ. Δκ. κκ.

γ. θ. κ ζ. π α. σ μ γ. ψ κ θ. Καὶ ἡ μοδ δύναμις γίνεται οὕτως γ γ ὁ ϳ κύβος γ θ ἡ ϳ δυναμοδύν

θ. κ ζ.

ναμις γ θ θ κζ. ὁ δὲ δυναμόκυβος γ, θ, κζ, πα. ὁ δὲ κυβόκυβος γ, θ, κζ, πα, σμγ. ψκθ.

Ἁπλοὶ μὲν οὖν εἰσὶν κατὰ τοὔνομα τούτων τῶν ἀριθμῶν: ὅτε ϛº, καὶ ἡ δ, καὶ ὁ κύβος. σύνθετοι δὲ ὅτε δυναμοδύναμις, καὶ δυναμόκυβος., καὶ ὁ κυβόκυβος.

Ὁ δὲ μηδὲν τούτων τῶν ἰδιωμάτων κτησάμενος: ἔχων δὲ ἐν ἑαυτῷ πλῆθος μονάδων: ἄλογος ἀριθμὸς καλεῖται. καὶ ἔστιν αὐτοῦ σημεῖον τὸ ϛ. ἔστι δὲ καὶ ἕτερον σημεῖον τὸ ἀμετάθετον τῶν ὡρισμένων ἡ μονάς. καὶ ἔστιν αὐτῆς σημεῖον τὸ μ. ἐπίσημον ἔχον τὸ ο μº.

Τῶν μὲν οὖν ἁπλῶν, πρός τε ἑαυτοὺς, καὶ ἀλλήλους, καὶ τοὺς συνθέτους πολλαπλασιαζομένων: γίνονται, οἵτε ἁπλοὶ, καὶ οἱ σύνθετοι. καὶ οἷον ἁπλὸς ὁ γ ἀριθμὸς, ἐφ' ἑαυτὸν μὲν ποιεῖ τὸν θ δύναμιν ἁπλοῦν: ἐπὶ δὲ τὸν θ δύναμιν ἁπλοῦν τὸν κζ κύβον ἁπλοῦν. ἐπὶ δὲ τὸν κζ, κύβον ἁπλοῦν: τὸν πα, δυναμοδύναμιν σύνθετον. καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὡσαύτως. καὶ οἱ μὲν ἁπλοὶ οὕτως. οἱ δὲ σύνθετοι οὔτε πρὸς ἑαυτοὺς, οὔτε πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιαζόμενοι: ποιοῦσιν ὀνομαζομένους τινὰς ἀριθμούς. Εἰ καὶ τὸν πα δυναμοδύναμιν σύνθετον, ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιάσω: ποιῶ μὲν τὸν ϛ φ ξα. ὀνόματι δὲ αὐτὸν ὀνομάσαι οὐκ ἔχω ἑτέρως: εἰ μὴ ὅτι καὶ αὐτὸν δυναμοδύναμιν λέγω. Τωικαῦτα γὰρ

τὸν

τὸν μὲν τὸ α, λαμβάνω ὡς δύναμιν: τὸν δὲ β ὡς ἀριθμόν: καὶ οὐκέτι ὡς δύναμιν. καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὡσαύτως.

Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους: τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος: ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον.

Πολλαπλάσιον δὲ τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάττονος: ὅταν καταμετρεῖται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος: τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον, καὶ ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος τε καὶ πολλαπλασίων λέγεται.

Πᾶν μέρος παρώνυμον ὀνομάζεται ἀπ' ἀριθμοῦ: ὃς τοσαύτας ἔχει μονάδας: ὁσάκις αὐτὸ τὸ μέρος, καταμετρεῖ τὸ ὅλον.

Αρτιώνυμον ἐστὶ μέρος, τὸ ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ ὀνομαζόμενον: περιττώνυμον δὲ τὸ ἀπὸ περιττοῦ.

Συνώνυμα λέγεται μέρη: τὰ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ ὀνομαζόμενα.

Ετερώνυμα τὰ ἀπὸ ἑτέρου.

Παντὸς ὡρισμένου μεγέθους, ἡ πρώτη εἰς ἴσα ὅσα δήποτοῦν διαίρεσις εἰς μοίρας λέγεται εἶναι.

Καὶ ἓν μὲν ἁπλῶς, καὶ ὅλον: τὴν μοῖραν καλῶ.

Μέρη δὲ ἢ μέρος, τὰ τῆς μοίρας, ἢ τὸ τῆς μοίρας.

Τῆς μιᾶς μοίρας εἰς ἑξήκοντα ἴσα διαιρεθείσης: τὰ τοιαῦτα μόρια: πρῶτα λεπτὰ λέγεται.

Δεύτερον δὲ λεπτὸν, τὸ τοῦ πρώτου ἑξηκοστόν: καὶ τρίτον, τὸ τοῦ δευτέρου καὶ ἑξῆς ὁμοίως.

Δύνασθαι λέγεται ἀριθμὸς ἀριθμοὺς: ὅταν ὁ ἀπ' αὐτοῦ τετράγωνος: ἴσος ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν ἀριθμῶν τετρα-

γώνοις. καὶ ταῦτα μὲν περὶ τῶν ἐν τοῖς τῆς συνθετικῆς ἀριθμητικῆς.

Ἐν δὲ τῇ τῆς ἀναλυτικῆς ἀριθμητικῆς πραγματείᾳ οὕτως λέγωμεν.

Ὥσπερ οὖν τῶν ἀριθμῶν τὰ ὁμώνυμα μόρια παρωνύμως καλεῖται τοῖς ἀριθμοῖς: τοῦ μὲν τρία, τὸ τρίτον, τοῦ δὲ τέσσαρα, τὸ τέταρτον: οὕτως καὶ τῶν νῦν ἐπονομασθέντων ἀριθμῶν: τὰ ὁμώνυμα μόρια κληθήσεται παρομοίως τοῖς ἀριθμοῖς. τοῦ μὲν ἀριθμοῦ τὸ ἀριθμοστὸν. τῆς δὲ δυνάμεως, τὸ δυναμοστὸν: τοῦ δὲ κύβου, τὸ κυβοστὸν, τῆς δὲ δυναμοδυνάμεως, τὸ δυναμοδυναμοστὸν. τοῦ δὲ δυναμοκύβου, τὸ δυναμοκυβοστὸν, τοῦ δὲ κυβοκύβου, τὸ κυβοκυβοστὸν.

Ἀριθμοστὸν τοίνυν ἐστὶν ὡς ἐπὶ τοῦ ἄνωθεν προτεθέντος ὑποδείγματος, τὸ τῆς μονάδος τρίτον. ὁ γὰρ ἀριθμὸς ἦν ὁ γ. καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς πάντων ὁμοίως. Δυναμοστὸν δὲ τὸ τῆς μονάδος ἔνατον ὁ γὰρ Δ, ἦν ὁ θ. κυβοστὸν δὲ τὸ τῆς μονάδος εἰκοστέβδομον. ὁ γὰρ κύβος ἦν ὁ κζ. δυναμοδυναμοστὸν δὲ τὸ τῆς μονάδος ὀγδοηκάστομον. ἡ γὰρ δυναμοδύναμις ἦν, ὁ πα: δυναμοκυβοστὸν δὲ τὸ τῆς μονάδος διακοσιοστότερον εἰκοστότερτον. ὁ γὰρ δυναμόκυβος ἦν ὁ σμγ. κυβοκυβοστὸν δὲ τὸ τῆς μονάδος ἑπτακοσιοστοεικοστοείνατον. ὁ γὰρ κυβόκυβος, ἦν ὁ ψκθ.

Ἕξει δὲ ἕκαστον αὐτῶν, ἐπὶ τὸ τοῦ ὁμωνύμου ἀριθμοῦ: σημεῖον, γραμμὴν διαστέλλουσαν τὸ εἶδος. καὶ ταῦτα μὲν περὶ τῆς ἑκάστου τῶν ἀριθμῶν ἐπωνυμίας.

Σημ

Σιώθεσις ἀριθμῶν ἐςὶν, ὅταν δύο ἢ καὶ πλειόνων ἀριθμῶν προτεθέντων: συντεθῶσιν ἀλλήλοις, καὶ γένηταί τις ὅλος: ὃς καὶ πάντας τοὺς προτεθέντας ἐν ἑαυτῷ περιέχει.

Αφαίρεσις τῶν ἀριθμῶν ἐςὶν, ὅταν δύο δοθέντων ἀριθμῶν: ὁ ἐλάσσων ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀφαιρεθῇ: καὶ λείπεταί τις ἀριθμὸς ὃν καὶ λοιπὸν καὶ λειπόμενον καλοῦσι: ὅςις καὶ τὴν τῶν προτεθέντων ἀριθμῶν ὑπεροχὴν σαφηνῇ.

Πολλαπλασιασμὸς δέ ἐςὶν: ἢ ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγεται: ὅταν ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ πολλαπλασιάζοντι μονάδες: τοσαυτάκις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ γένηταί τις.

Αλλως. Αριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγεται: ὅταν ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ πολλαπλασιάζοντι μονάδες: τοσαυτάκις συντεθεὶς ὁ πολλαπλασιαζόμενος, ποιήσει τινά: ὃν καὶ μετρεῖ, κατὰ τὰς ἐν τῷ πολλαπλασιάζοντι μονάδας.

Μέτρησις ἢ μερισμὸς τῶν ἀριθμῶν ἐςὶν, ὅταν ἰσάκις ὁ μετρῶν τὸν μετρούμενον μετρεῖ: καὶ ἡ μονὰς τὸν καθ' ὃν ὁ μετρῶν τὸν μετρούμενον μετρεῖ.

Αλλως, Μέτρησις ἀριθμῶν ἐςὶν, ὅταν ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ καθ' ὃν ὁ μετρῶν τὸν μετρούμενον μετρεῖ, ἀριθμῷ μονάδες: τοσαυτάκις καὶ ὁ μετρῶν μετρεῖ τὸν μετρούμενον.

Αλλως. Μέτρησις ἢ παραβολή ἐςὶν καὶ ὅταν ζητοῦμεν ὃν λόγον ἔχει ἡ μονὰς πρὸς τὸν καθ' ὅν: τοῦτον, ὁ μετρῶν πρὸς τὸν μετρούμενον ἕξει καὶ ἀνάπαλιν.

Οταν μέρος μέρει συνθεὶς: σκέπτομαι εἰ γίνεται ἐξ αὐτῶν μέρος.

Καὶ ὅταν ἀπὸ μέρους μέρος ἀφελόμενος: εἰ τὸ λοιπὸν ἐστὶ μέρος τοῦ αὐτοῦ ὅλου: τὰ μέρη ὑπακουστέον.

Οταν πλῆθος μοιρῶν μόνον, ἢ μοιρῶν καὶ μερῶν: ἢ μερῶν μόνον, ἢ μίαν μοῖραν: ἢ ἓν μέρος: ἢ ὁτιοῦν τῶν τοιούτων, ἐφ' ἕτερα τοιαῦτα πολλαπλασιάζωμεν ζητοῦμεν λαβεῖν, ἐκ τοῦ αὐτοῦ γένους τοσοῦτον: ὅσον τοῦτον ἔξει τὸν λόγον πρὸς τὸ πολλαπλασιαζόμενον, κατά τε τὸ πλῆθος καὶ μέγεθος: ὅνπερ τὸ πολλαπλασιάζον πρὸς τὸ ἕν.

Οταν πλῆθος μοιρῶν μόνον, ἢ μοιρῶν καὶ μερῶν, ἢ μερῶν μόνον, ἢ μίαν μοῖραν, ἢ ἓν μέρος, ἢ ὁτιοῦν τοιούτων παρ' ἕτερα τοιαύτη μερίζωμεν: ζητοῦμεν λαβεῖν, ἐκ τοῦ αὐτοῦ γένους τοσοῦτον: ὅσον τοῦτον ἔξει τὸν λόγον πρὸς τὸ ἕν, κατά τε πλῆθος καὶ μέγεθος: ὅνπερ τὸ μεριζόμενον, πρὸς τὸ παρ' ὃ μερίζεται.

Καὶ ἐὰν δεδομένος ἀριθμὸς: δεδομένῳ συντεθῇ: ὁ ὅλος δεδομένος ἔσται.

Καὶ ἐὰν ἀπὸ δεδομένου ἀφαιρεθῇ δεδομένος ἀριθμὸς: ὁ λοιπὸς δεδομένος ἔσται.

Καὶ ἐὰν δεδομένος ἀριθμὸς ἢ ἑαυτὸν, ἢ ἄλλον δεδομένον πολλαπλασιάσας ποιήσει τινα: καὶ ὁ γενόμενος, δεδομένος ἔσται.

Καὶ ἐὰν δεδομένος ἀριθμὸς, παρὰ δεδομένον ἀριθμὸν μερισθεὶς, ποιήσῃ τινὰ, δεδομένος καὶ ὁ γενόμενος ἐστί: καὶ τοῦ δεδομένου ἀριθμοῦ: δεδομένη ἔσται καὶ ἡ πλευρά.

Εκ

Ἐκθέμενος οὖν τὴν ἑκάστου τῶν ἀριθμῶν ἐπωνυμίαν τῆς ἀριθμητικῆς θεωρίας, ἐπὶ τὰς συνθέσεις, ἀφαιρέσεις, πολλαπλασιασμοὺς, καὶ μερισμοὺς μεταβήσομαι. συμβαίνει γὰρ πλεῖστα πλέκεσθαι προβλήματα, ἀριθμητικὰ ἐκ τῆς τῶν ἀριθμῶν ἤτοι συνθέσεως ἢ ὑπεροχῆς, ἢ πολυπλασιασμοῦ, ἢ λόγου τοῦ πρὸς ἀλλήλους, ἢ καὶ ἑκάστου, ἢ καὶ ἑκάστων πρὸς τὰς ἰδίας πλευράς. Καλῶς οὖν ἔχει ἐναρχόμενον τῆς πραγματείας ταύτης συνθέσει καὶ ἀφαιρέσεσι, καὶ πολυπλασιασμοῖς τοῖς περὶ τὰ εἴδη γεγυμνάσθαι, τῶν δὲ πολλαπλασιασμῶν σαφηνισθέντων φανεροὶ εἰσὶν οἱ μερισμοὶ τῶν προκειμένων εἰδῶν.

Ἔσονται δέ σοι, οἱ πολλαπλασιασμοὶ καταφανεῖς διὰ τὸ προδεδηλῶσθαι διὰ ὀνομασίας. Ἀριθμὸς μὲν οὖν, ἐπὶ ἀριθμὸν πολυπλασιασθεὶς ποιεῖ δύναμιν, ὁ γ ἐφ' ἑαυτὸν, ποιεῖ τὸν θ. ἐπὶ δὲ δύναμιν, κύβον, ὁ γ, ἐπὶ τὸν θ, τὸν κζ ποιεῖ. ἐπὶ δὲ κύβον, δυναμοδύναμιν. ὁ γ, ἐπὶ τὸν κζ, ποιεῖ τὸν πα. ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν, δυναμόκυβον. ὁ γ, ἐπὶ τὸν πα, τὸν σμγ ποιεῖ. ἐπὶ δὲ δυναμόκυβον, κυβόκυβον, ὁ γ, ἐπὶ τὸν σμγ, ποιεῖ τὸν ψκθ.

Δύναμις δὲ ἐπὶ μὲν δύναμιν, δυναμοδύναμιν. ὁ θ ἐφ' ἑαυτὸν τὸν πα ποιεῖ. ἐπὶ δὲ κύβον, δυναμόκυβον, ὁ θ ἐπὶ τὸν κζ, τὸν σμγ ποιεῖ, ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν, κυβόκυβον. ὁ θ ἐπὶ τὸν πα τὸν ψκθ. κύβος δὲ ἐπὶ κύβον, κυβόκυβον. ὁ κζ, ἐφ' ἑαυτὸν τὸν ψκθ.

Περὶ τῶν μορίων μὲν ἐν ἄλλοις, νυνὶ δὲ περὶ λόγου ἀναλογίας τε καὶ ὁμοιότητος λέξωμεν.

Ἐστὶ τοίνυν λόγος, ἡ δύο ἀριθμῶν, πρὸς ἀλλήλους ποία σχέσις. τῶν δὲ λόγων, οἱ μὲν εἰσὶ μείζονες, οἱ δὲ ἐλάττονες, οἱ δὲ ἴσοι. ὁ μὲν οὖν ἴσος εἷς, καὶ ὁ αὐτὸς λόγος, καὶ προηγεῖται πάντων τῶν λοιπῶν καὶ ἐστι στοιχειώδης. ἴσοι δ᾽ εἰσὶν, οἱ κατὰ τὴν αὐτὴν ἰσότητα ἐξεταζόμενοι πρὸς ἀλλήλους. οἷον ἓν πρὸς ἓν, καὶ δύο πρὸς δύο, καὶ δέκα πρὸς δέκα, καὶ ἕκαστον πρὸς ἕκαστον. τῶν δὲ μειζόνων, οἱ μὲν πολλαπλάσιοι, οἱ δὲ ἐπιμόριοι, οἱ δὲ οὐδέτεροι. ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἐλαττόνων, οἱ μὲν ὑποπολλαπλάσιοι, οἱ δὲ ὑπεπιμόριοι, οἱ δὲ οὐδέτεροι τούτων. ἔχουσι δὲ καὶ ὅρους τινάς, ὅρους δὲ λέγομεν εἶναι τὰ ὁμογενῆ ἢ ὁμοειδῆ λαμβανόμενα εἰς σύγκρισιν. ὧν μὲν εἷς ἡγούμενος, δεύτερος δὲ ἑπόμενος.. Ἔτι δὲ πρὸς τούτοις ὁ λόγος πολλαχῶς θεωρεῖται. ἐστὶ γὰρ λόγος ἐναλλὰξ, ἀνάπαλιν, εἶτα σύνθεσις τοῦ λόγου, καὶ διαίρεσις τοῦ λόγου, καὶ ἀναστροφὴ τοῦ λόγου, καὶ δι᾽ ἴσου λόγος. περὶ ὧν ὁ Εὐκλείδης.

Ἀναλογία δ᾽ ἐστὶν ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης ἢ ταὐτότης. ἥ τις ἐστὶν ἢ τεταγμένη, ἢ τεταραγμένη. λέγεται δὲ ἡ μὲν συνεχὴς ἀναλογία, ἡ δὲ διῃρημένη. συνεχὴς μὲν ἡ ἐν ἐλαχίστοις τρισὶν ὅροις. διῃρημένη δὲ ἡ ἐν ἐλαχίστοις τέσσαρσι. ἔστι δὲ τρόπον τινὰ καὶ ἡ συνεχὴς ἐν τέσσαρσιν ὅροις, δὶς λαμβανομένου τοῦ μέσου.

Ἰστέον δὲ ὅτι τῶν ἀριθμῶν δέκα εἰσὶν ἀναλογίαι, ὧν πρώτη ἡ ἀριθμητικὴ λεγομένη, ἧς ἴδιον, ἡ περὶ τὸ ποσὸν ἐν ταῖς ὑπεροχαῖς ταὐτότης ἐστίν. Δευτέρα ἡ γεωμετρική, ταύτης δὲ ἴδιον ἡ περὶ τοὺς λόγους ἐν ταῖς ὑπεροχαῖς ταὐτότης. τρίτη ἡ Ἁρμονική, ὅταν ὡς ὁ μείζων πρὸς τὸν ἐλάχιστον οὕτως ἡ τῶν μειζόνων δια-

φορὰ

φορὰ πρὸς τὴν τῶν ἐλαττόνων διαφοράν. τετάρτη, ἡ ἐναντία τῇ ἁρμονικῇ, ὅταν ὡς ὁ μέγιστος πρὸς τὸν ἐλάχιστον, οὕτως ἡ τῶν ἐλαττόνων διαφορὰ πρὸς τὴν τῶν μειζόνων διαφοράν. καὶ αἱ μὲν τοῦ Πυθαγόρου καὶ τῶν περὶ Πυθαγόραν ἀναλογίαι τοσαῦταί τε καὶ τοιαῦται, αἱ δὲ λοιπαὶ τοῖς νεωτέροις προσεξευρέθησαν.

Τελευταίως ἀριθμοὶ ἀνάλογον εἰσίν, ὅταν ὁ πρῶτος τοῦ δευτέρου, καὶ ὁ τρίτος τοῦ τετάρτου ἰσάκις ἢ πολλαπλάσιος, ἢ τὸ αὐτὸ μέρος, ἢ τὰ αὐτὰ μέρη.

Ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ καὶ στερεοί εἰσιν, οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς.

Τέλειος ἀριθμός ἐστιν ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν.

Τέλος.

ΤΑ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ὀνόματα.

Γεωμετρία ἐστὶν ἐπιστήμη μεγεθῶν, καὶ τῶν παρ' αὐτὰ συμβαινόντων. ἡ γεωμετρία ἐστὶν ἐπιστήμη περὶ ποσὸν καταγινομένη συνεχὲς ἀκίνητον, συλλογιστικαῖς ἀνάγκαις διὰ ἀξιωματικῶν ἐννοιῶν, μήκους καὶ πλάτους, καὶ βάθους ἀναμέτρησιν ἐνεργοῦσα. Οἱ παλαιοὶ μὲν οὖν τὴν τῶν ἐπιπέδων γνῶσιν, ἀπὸ τῆς τῶν στερεῶν ἐπιστήμης διέστελλον. ἐκείνην μὲν γὰρ γεωμετρίαν ἐκάλουν, ὡς καὶ Πλάτων ἐν τῇ πολιτείᾳ δηλοῖ. τὴν δὲ περὶ τῶν στερεῶν πραγματευομένην, στερεομετρίαν. οἱ νεώτεροι δέ, διὰ τὸ ἀμφοῖν τῶν ἐπιστημῶν κοινὴν

εἶναι,

εἶναι. τὴν περὶ μεγέθη γνῶσιν, κοινῷ καὶ τῷ ὀνόματι, γεωμετρίαν ἐκάλεσαν, συνάψαντες αὐτὰς, ὡσανεὶ μίαν οὖσαν πραγματείαν. διὰ τὸ περὶ ταυτὸ ὥσπερ εἴρηται τὸν σκόπον ἔχειν. ὡς γὰρ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἦν τὰ μὲν συθύγραμμα τὰ δὲ κυκλικὰ, τὰ δὲ μικτὰ: οὕτως ἐν τοῖς στερεοῖς, τὰ μὲν ἐξ εὐθυγράμμων ἐπιπέδων, τὰ δὲ ἐκ περιφερογράμμων, τὰ δὲ ἐκ μικτῶν.

Καὶ ὁ πρόκλος φησὶν, ὅτι ἡ μὲν γεωμετρία διαιρεῖται εἴς τε τὴν ἐπίπεδον θεωρίαν, καὶ τὴν στερεομετρίαν. περὶ γὰρ σημεῖα, καὶ γραμμὰς, ἰδιάζουσά τις οὐκ ἔστι πραγματεία, καθ' ὅσον οὐδὲ σχῆμα γένοιτο ἂν ἐκ τούτων ἄνευ ἐπιπέδων ἢ στερεῶν. πανταχοῦ γε μὴν ἔργον τῆς γεωμετρίας, ἔν τε τοῖς ἐπιπέδοις καὶ στερεοῖς ἢ συνιστάνειν, ἢ συγκρίνειν, ἢ διαιρεῖν τὰ συνεστῶτα.

Ἄλλοι δὲ οὕτως λέγουσιν, ὅτι καὶ ἡ τῆς γῆς καταμέτρησις εἰς δύο διαιρεῖται, γεωμετρίαν τε φημὶ, καὶ γεωδαισίαν. ἡ μὲν γὰρ τοῦ ἐμβαδοῦ τεχνικὴ καταμέτρησις, μέτρησίς τε ἐστὶ τῆς γῆς, καὶ εἰκότως γεωμετρία καλεῖται. ἡ δὲ τοῦ αὐτοῦ καὶ ἑνὸς χωραφίου διανομὴ, πρὸς διάφορα πρόσωπα, μερισμός τε ἐστὶ γῆς, καὶ εἰκότως γεωδαισία καλεῖται. δαΐω γὰρ τὸ μερίζω. ὑποδιαιρεῖται δὲ τούτων ἑκάτερον εἰς δύο. καὶ γὰρ ἡ γεωδαισία, ποτὲ μὲν ἐς ὁμοιοσχήμονα μερίζει τὰ τμήματα, πότε δὲ ἐς ἀνομοιοσχήμονα, ὁμοιοσχήμονα μὲν, ὅταν τὸ ἑτερομηκὲς τυχὸν ἐς ἑτερομήκη τέτια σχήματα διανέμῃ. ἀνομοιοσχήμονα δὲ ὅταν τὸ αὐτὸ ἑτερομηκὲς, εἰς δύο τρίγωνα ὀρθογώνια μερίσῃ.

Καὶ ἡ γεωμετρία δὲ εἰς δύο διαιρεῖται, τότε ἁπλοῦν, καὶ τὸ σύνθετον. ἁπλοῦν μὲν, ὅταν τυχὸν τὸ τοῦ ἑτερο-

μη-

μήκους ἐμβαδὸν θεωρῇ. σύνθετον δὲ ὅταν ξυστροειδὲς τυχὸν σχῆμα ὁ γεωμετρῶν θεωρῇ. καὶ γὰρ τὸ τοιοῦτον εἰς τὰ ἁπλᾶ αὖθις ἀναλύοντες μετροῦμεν.

Σημεῖόν ἐστιν οὗ μέρος οὐθέν, ἢ μονὰς προσλαβοῦσα θέσιν, ἢ πέρας ἀδιάστατον, ἢ πέρας γραμμῆς.

Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατὲς, ἢ ῥύσις σημείου, ἢ μέγεθος ἐφ᾽ ἓν διαστατόν. τριχῶς δὲ οἱ γεωμέτραι χρῶνται τῇ γραμμῇ, καὶ γὰρ ὡς ἐφ᾽ ἑκάτερα πεπερασμένῃ, καὶ ὡς τῇ μὲν ἀπείρῳ, τῇ δὲ πεπερασμένῃ, καὶ ὡς ἐφ᾽ ἑκάτερα ἀπείρῳ. Ὁ δὲ Πλάτων δύο ἁπλούστατα καὶ ἀρχοειδέστατα τῆς γραμμῆς τίθεται εἴδη, τήν τε εὐθεῖαν, καὶ τὴν περιφερῆ, τὰ ἄλλα πάντα κατὰ μίξιν ἐκ τούτων ὑφίστησιν, ὅσα τε ἑλικοειδῆ λέγεται τῶν μὲν ἐπιπέδων, τῶν δὲ περὶ τὰ στερεὰ τὴν ὑπόστασιν δεχομένων, καὶ ὅσα κατὰ τὰς τομὰς τῶν στερεῶν ὑφίσταται εἴδη καμπύλων γραμμῶν.

Καὶ ἔοικε τὸ μὲν σημεῖον εἰκόνα φέρειν τοῦ ἑνός. καὶ γὰρ τοῦτο, οὐδὲν μέρος ἔχει. ἐπεὶ δὲ μετὰ τὸ ἓν τρεῖς εἰσὶν ὑποστάσεις, τὸ πέρας, τὸ ἄπειρον, τὸ μικτόν, διὰ τούτων ὑφίσταται τά τε τῶν γραμμῶν εἴδη, καὶ τὰ τῶν γωνιῶν, καὶ τὰ τῶν σχημάτων. καὶ τὸ μὲν πέρατι ἀνάλογον ἡ περιφέρεια, καὶ ἡ περιφερόγραμμος γωνία, καὶ ὁ κύκλος ἐν ἐπιπέδοις, καὶ ἡ σφαῖρα ἐν στερεοῖς. τῇ δὲ ἀπειρίᾳ τὸ εὐθὺ κατὰ πάντα ταῦτα· διήκει γὰρ διὰ πάντων οἰκείως ἑκασταχοῦ φανταζόμενον, τὸ δὲ μικτόν, τὸ ἐν πᾶσι τούτοις τῷ ἐκεῖ μικτῷ. καὶ γὰρ γραμμαὶ μικταὶ εἰσὶ ὡς αἱ ἕλικες, καὶ γωνίαι, ὡς ἡ τοῦ ἡμικυκλίου καὶ ἡ κερατοειδὴς, καὶ σχήματα ἐπίπεδα μὲν, τὰ τμήματα,

ματα, καὶ αἱ ἀψῖδες. στερεὰ δὲ, κῶνοι καὶ κύλινδροι, καὶ τὰ τοιαῦτα. τὸ ἄρα πέρας, καὶ ἄπειρον, καὶ μικτὸν ἐστὶν ἐν τούτοις ἅπασι. καὶ μέντοι καὶ ὁ Ἀριστοτέλης τὴν αὐτὴν ἔχει τῷ Πλάτωνι διάνοιαν. πᾶν γὰρ εἶδος γραμμῆς εὐθύ φησιν εἶναι, ἢ περιφερὲς, ἢ μικτὸν ἐκ τούτων. διὸ καὶ κινήσεις τρεῖς, ἡ μὲν ἐπ' εὐθείας, ἡ δὲ κύκλῳ, ἡ δὲ μικτή.

Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν ἥτις ἐξίσου κεῖται τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις. ἢ ἧς τὰ μέσα τοῖς ἄκροις ἐπιπροσθεῖ. ἢ ἡ ἐλαχίστη τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν. ἢ ἡ ἐπ' ἄκρον τεταμένη, ἢ ἧς μέρος μὲν οὐκ ἔστι, ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μέρος δὲ ἐν τῷ μετεωροτέρῳ. ἢ ἧς πάντα τὰ μέρη, πᾶσιν ὁμοίως ἐφαρμόζει. ἢ ἡ περάτων μενόντων καὶ αὐτὴ μένει, ἢ ἡ μετὰ τῆς ὁμοειδοῦς μόνη, σχῆμα μὴ ἀποτελοῦσα.

Διαιρεῖ δὲ αὐτὴν τὴν γραμμὴν ὁ Γεμῖνος πρῶτον μὲν εἰς τὴν ἀσύνθετον, καὶ τὴν σύνθετον. καλεῖ δὲ σύνθετον τὴν κεκλασμένην καὶ γωνίαν ποιοῦσαν. ἔπειτα τὴν σύνθετον, εἴς τε τὴν σχηματοποιοῦσαν, καὶ τὴν ἐπ' ἄπειρον ἐκβαλλομένην. σχῆμα λέγων ποιεῖν, τὴν κυκλικὴν, τὴν τοῦ θυρεοῦ, τὴν κιττοειδῆ. μὴ ποιεῖν δὲ, τὴν τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομὴν, τὴν τοῦ ἀμβλυγωνίου, τὴν κογχοειδῆ, τὴν εὐθεῖαν, πάσας τὰς τοιαύτας. Καὶ πάλιν κατ' ἄλλον τρόπον, τῆς ἀσυνθέτου γραμμῆς τὴν μὲν ἁπλῆν εἶναι, τὴν δὲ μικτήν: καὶ τῆς ἁπλῆς τὴν μὲν σχῆμα ποιεῖν, ὡς τὴν κυκλικὴν, τὴν δὲ ἀόριστον εἶναι ὡς τὴν εὐθεῖαν. τῆς δὲ μικτῆς, τὴν μὲν ἐν τοῖς ἐπιπέδοις εἶναι, τὴν δὲ ἐν τοῖς στερεοῖς. καὶ τῆς ἐν ἐπιπέδοις, τὴν

μὲν

μὲν ἐν αὐτῇ συμπίπτειν, ὡς τὴν κισσοειδῆ, τὴν δὲ ἐπ' ἄπειρον ἐκβάλλεσθαι· τῆς δ' ἐν τοῖς στερεοῖς τὴν μὲν κατὰ τὰς τομὰς ἐπινοεῖσθαι τῶν στερεῶν, τὴν δὲ περὶ τὰ στερεὰ ὑφεστάναι. τὴν μὲν γὰρ περὶ τὴν σφαῖραν, ἢ κῶνον, περὶ τὰ στερεά. τὰς δὲ κωνικὰς τομὰς ἢ τὰς σπειρικὰς, ἀπὸ τῆς τοιᾶσδε τομῆς γεννᾶσθαι τῶν στερεῶν.

Αἱ μὲν δὴ τρεῖς τομαὶ τῶν κώνων εἰσί· παραβολὴ, καὶ ὑπερβολὴ, καὶ ἔλλειψις. τῶν δὲ σπειρικῶν τομῶν, ἡ μὲν ἐστὶν ἐμπεπλεγμένη· ἐοικυῖα τῇ τοῦ ἵππου πέδῃ, ἡ δὲ κατὰ τὰ μέσα πλατύνεται, ἐξ ἑκατέρου δὲ ἀπολήγει μέρους, ἡ δὲ παραμήκης οὖσα, τῷ μὲν μέσῳ διαστήματι ἐλάσσονι χρῆται, εὐρύνεται δὲ ἐφ' ἑκάτερα, τῶν δὲ ἄλλων μίξεων τὸ πλῆθος ἀπέραντον ἐστὶ, καὶ γὰρ στερεῶν σχημάτων τὸ πλῆθος ἐστὶν ἄπειρον, καὶ τομαὶ αὐτῶν συνίστανται πολυειδεῖς. Οὐ γὰρ εὐθεῖα μὲν κατὰ κύκλον κινουμένη ποιεῖ τινα ἐπιφάνειαν· οὐχὶ δὲ καὶ κωνικαὶ γραμμαὶ, καὶ κογχοειδεῖς, καὶ αὐταὶ αἱ περιφέρειαι. Παντοίως οὖν τὰ στερεὰ τεμνόμενα, ποικίλας δείκνυσιν ἄλλη γραμμῶν. τῶν δὲ περὶ τὰ στερεὰ συνισταμένων γραμμῶν, αἱ μὲν εἰσὶν ὁμοιομερεῖς, ὡς αἱ περὶ τὸν κύλινδρον ἕλικες. αἱ δὲ ἀνομοιομερεῖς, ὥσπερ καὶ ἄλλαι πᾶσαι.

Συνάγεται γοῦν ἐκ τούτων τῶν διακρίσεων, ὡς αἱ τρεῖς μόναι γραμμαὶ, ὁμοιομερεῖς εἰσὶν. ἡ εὐθεῖα, ἡ κυκλικὴ, καὶ ἡ κυλινδρικὴ ἕλιξ. δύο μὲν ἐν ἐπιπέδῳ ἁπλαῖ, μία δὲ μικτὴ, περὶ τὸ στερεόν. καὶ ταῦται μὲν αἱ τῶν γραμμῶν ἐπωνυμίαι καὶ διαιρέσεις.

Ἐστὶ δὲ καὶ ἄλλη, τῆς γραμμῆς διαίρεσις τοιάδε. Ἡ γραμμὴ διαιρεῖται, εἴς τε τὸ ἁπλοῦν, καὶ τὸ σύνθετον. τῶν δὲ ἁπλῶν γραμμῶν, ἡ μὲν ἐστὶν εὐθεῖα, ἡ δὲ περιφερής. καὶ εὐθεῖα μὲν ἐστὶν ἡ ἀπαρέγκλιτος καὶ ὀρθή· περιφερὴς δὲ ἡ κυκλοτερικὴ ἢ κυκλοτερής. Πάλιν τῶν συνθέτων, ἡ μὲν ἐστὶ ξυστροειδής, ἡ δὲ κοχλοειδής. καὶ ξυστροειδὴς μὲν ἐστὶν αὐτὸ τὸ ξ στοιχεῖον, εἰσοχὰς καὶ ἐξοχὰς ἔχουσα, καὶ πυκνῶς πρὸς ἑαυτὴν ἀνακάμπτουσα, καὶ ἐστὶ σύνθετος ἐκ πολλῶν εὐθειῶν. κοχλοειδὴς δ᾽ ἐστίν, ἡ δίκην κόχλου περιαγομένη, καὶ πυκνῶς περὶ αὐτὴν ἀναστρέφουσα. ἐστὶ δὲ κἀκείνη σύνθετος ἐκ πολλῶν περιφερειῶν, ἀλλ᾽ ἡ μὲν ξυστροειδὴς αὕτη, καὶ ἡ κοχλοειδὴς ἀνυποδιαίρετοι μεμενήκασιν. ἡ δὲ εὐθεῖα, καὶ ἡ περιφερής. εἰσὶ μὲν καὶ αὐταὶ καθ᾽ αὑτὰς ἔξω τοῦ σχήματος θεωρούμεναι ἀνυποδιαίρετοι, οὔτε γὰρ τοῦ φύσει ὀρθοῦ, ὀρθότερόν τι ἐστιν, οὔτε τοῦ ὑπὸ διαβήτῃ περιαχθέντος περιφεροῦς ἀκριβέστερον. Ἐὰν δὲ ὡς πρός τι θεωρῶμεν αὐτάς, διαφόρους ἀναδέχονται κλήσεις. αὐτίκα γὰρ ἡ εὐθεῖα ἐντὸς τῶν σχημάτων θεωρουμένη, τοῦ τε τριγώνου, καὶ τετραγώνου, καὶ κύκλου, καὶ παραλληλογράμμου: διαιρεῖται εἰς ἐννέα. Καλεῖται γὰρ σκέλος, καὶ βάσις, κάθετος, καὶ ὑποτείνουσα, κορυφή, καὶ διαγώνιος, διάμετρος, διάκυκλος, καὶ παράλληλος. Ἐν μὲν γὰρ τριγώνῳ σχήματι αἱ μὲν συνδέουσαι τὴν ἄνω γωνίαν εὐθεῖαι, σκέλη καλοῦνται, ἡ δὲ ἐφ᾽ ἣν τὰ σκέλη ἵσταται, ὑποτείνουσα, ὡς ὑπὸ τὴν γωνίαν τὴν ἄνω τείνουσα. Ἰδίως δὲ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἡ μὲν ὑπὸ τὴν ὀρθὴν γωνίαν γραμμὴ: ὑποτείνουσα λέγεται, τῶν δὲ δύο

γραμ-

γραμμῶν, τῶν συνδεουσῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν, ἡ μὲν ἄνωθεν ἐπὶ τὸ κάθο χωροῦσα, κάθετος ὀνομάζεται. ἡ δὲ κάθωτι ὑποστορεσμένη, καὶ τὸ σχῆμα συγκλείουσα, βάσις.

Ἐν δὲ τετραγώνῳ σχήματι, κορυφὴ μὲν λέγεται ἡ τὰς καθέτους ἄνω συνδέουσα, ἐφ᾽ ἣν δὲ καθεῖνται αἱ κάθετοι καλεῖται βάσις. αὗται δὲ αἱ πλαγίαι εὐθεῖαι καλοῦνται κάθετοι, ὡς εὐθὺ τῆς βάσεως καθιέμεναι.

Διαγώνιος δὲ λέγεται, ὅταν ἐν τετραγώνῳ σχήματι, ἢ παραλληλογράμμῳ, ἐκ γωνίας εἰς τὴν ἐναντίαν γωνίαν ἀχθῇ εὐθεῖα γραμμή. Διάμετρος δ᾽ ἐστὶν ἡ ἐν κύκλῳ διὰ τοῦ κέντρου ἀγομένη εὐθεῖα. Διάκυκλος δέ, ἡ ἐκτὸς τοῦ κέντρου διαιροῦσα τὸν κύκλον. Παράλληλος δὲ ἐν τετραγώνῳ σχήματι, καὶ ἑτερομήκει, ἡ ἐναντία πρὸς τὴν ἐναντίαν, οἷον ἡ ἄνω, πρὸς τὴν κάτω, καὶ ἡ πλαγία, πρὸς τὴν πλαγίαν, ὄντος τοῦ ἐπιπέδου ἴσου. καὶ εὐθεῖαι μὲν εἰσὶν αὗται, ἡ δὲ περιφερής, ἐν μὲν τῷ κύκλῳ περίμετρος ὀνομάζεται. ἐν δὲ τῷ μηνίσκῳ ἔντος καὶ ἔκτος, ταῦτα μὲν περὶ τῶν γραμμῶν ἔχομεν.

Ἐπιφανεία δὲ ἐστίν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει. μετὰ γὰρ τὸ σημεῖον καὶ τὴν γραμμήν, καὶ ταύτῃ, τοῦ τριχῇ διαστατοῦ ἁπλουστέραν ἔχουσα τὴν φύσιν διὸ καὶ ὁ γεωμέτρης τὸ μόνον προσέθηκεν, τοῖς δύο διαστήμασιν· ὡς αὖ τῆς τρίτης διαστάσεως οὐκ οὔσης ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ. ἄλλοι δὲ πέρας αὐτὴν ὡρίσαντο σώματος, ταὐτὸν πως λέγοντες. τὸ γὰρ περατοῦν, τοῦ περατουμένου μιᾷ λείπεται διαστάσει. οἱ δὲ μέγεθος διχῇ διαστατόν. οἱ δὲ ἄλλοι ὅπως οὖν σχηματίζονται τὴν ἀπόδοσιν, σημαίνοντες ταὐτόν.

Ἐπίπεδος δὲ ἐπιφάνειά ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται. τοῖς μὲν παλαιοτέροις τῶν φιλοσόφων οὐκ ἐδόκει τῆς ἐπιφανείας εἶδος τίθεσθαι τὸ ἐπίπεδον: ἀλλ' ὡς ταὐτὸ ἑκάτερον παραλαμβάνειν εἰς παράστασιν τοῦ διχῇ διαστατοῦ μεγέθους. οὕτω γὰρ καὶ ὁ θεῖος Πλάτων τὴν γεωμετρίαν τῶν ἐπιπέδων ἔφατο θεωρητικὴν εἶναι, πρὸς τὴν στερεομετρίαν αὐτὴν ἀντιδιαιρῶν, ὡς αὖ τῆς αὐτῆς οὔσης τῷ ἐπιπέδῳ τῆς ἐπιφανείας, καὶ ὁ δαιμόνιος Ἀριστοτέλης ὡσαύτως. Εὐκλείδης δὲ καὶ οἱ μετ' αὐτὸν γένος μὲν ποιοῦσιν τὴν ἐπιφάνειαν, εἶδος δὲ τὸ ἐπίπεδον: ὥσπερ τῆς γραμμῆς τὴν εὐθεῖαν. διὸ καὶ τὸ ἐπίπεδον χωρὶς ἀφορίζεται τῆς ἐπιφανείας: κατὰ τὸ ἀνάλογον τῇ εὐθείᾳ. καὶ γὰρ ἐκείνην εἶναι ἴσην τῷ μεταξὺ διαστήματι τῶν σημείων ἔλεγον, καὶ ταύτην ὁμοίως δυοῖν εὐθειῶν ἐκκειμένων ἴσον κατέχειν τόπον τῷ μεταξὺ τῶν εὐθειῶν. αὕτη γάρ ἐστιν ἡ ἐξ ἴσου κειμένη ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις. ἣν καὶ ἕτεροι τὸ αὐτὸ δηλοῦντες, ἐπ' ἄκρῳ τεταμένην εἰρήκασιν. οἱ δὲ ἧς πᾶσι τοῖς μέρεσιν εὐθεῖα ἐφαρμόζει. φασὶ δ' αὖ τινὲς αὐτὴν καὶ ἐλαχίστην τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν ἐπιφανειῶν. καὶ ἧς τὰ μέσα τοῖς ἄκροις ἐπιπροσθεῖ. καὶ πάντας τοὺς τῆς εὐθείας ὅρους, καὶ εἰς τὴν ἐπίπεδον ἐπιφάνειαν τὸ γένος μόνον ἐξαλλάττοντες, δυνήσονται μεταφέρειν. Τὸ γὰρ εὐθὺ τοῦτο, καὶ τὸ περιφερὲς καὶ τὸ μικτὸν ἀπὸ τῶν γραμμῶν ἀρξάμενα, διατείνει μέχρι τῶν στερεῶν ὡς εἴπομεν. ἔστι γὰρ καὶ ἐν ἐπιφανείαις, καὶ ἐν στερεοῖς, κατὰ τὸ ἀνάλογον. Διὸ καὶ Παρμενίδης πᾶν σχῆμα φησὶν, ἢ εὐθὺ εἶναι, ἢ περιφε-

ρές.

ρές, ἢ μικτόν. εἴπερ οὖν ἐθέλεις τὸ εὐθὺ θεωρεῖν ἐν ἐπιφανείαις, λάβε τὸ ἐπίπεδον, ᾧ ἐφαρμόζει παντοίως ἡ εὐθεῖα. εἰ δὲ τὸ περιφερές, τὴν σφαιρικὴν ἐπιφάνειαν. εἰ δὲ τὸ μικτὸν τὴν κυλινδρικήν, ἢ κωνικήν, ἤ τινα τοιαύτην. ὁ δὲ τρόπος τῆς μίξεως διάφορος ἐπί τε γραμμῶν ἐστὶν, καὶ ἐπιφανειῶν. ὥσπερ δὲ ἐν ταῖς γραμμαῖς ἦσαν ἁπλαῖ τινες, ἥτε εὐθεῖα, καὶ ἡ περιφέρεια. τούτων γὰρ καὶ οἱ πολλοὶ, προλήψεις ἔχουσιν ἀδιδάκτους, τῶν δὲ μικτῶν τὰ εἴδη τεχνικωτέρας ἐδεῖτο κατανοήσεως. οὕτω δὴ καὶ τῶν ἐν ταῖς ἐπιφανείαις στοιχειωδεστάτων τοῦ ἐπιπέδου καὶ τῆς σφαιρικῆς αὐτόθεν τὰς ἐννοίας ἔχομεν, τῶν δὲ κατὰ μίξιν ὑφισταμένων, ἡ ἐπιστήμη, καὶ ὁ ταύτης λόγος ἀνευρίσκει τὴν ποικιλίαν.

Καὶ μὴν καὶ τοῦτο δεῖ προειλῆφθαι περί τε γραμμῶν, καὶ ἐπιφανειῶν διαφορᾶς. ὅτι γραμμαὶ μὲν εἰσὶν τρεῖς ὁμοιομερεῖς: ἐπιφάνειαι δὲ δύο μόνον ἐπίπεδος, καὶ σφαιρική, οὐκ ἔτι δὲ καὶ ἡ κυλινδρική, οὐ γὰρ παντὰ πᾶσιν ἐφαρμόττειν δύναται τὰ μέρη τῆς κυλινδρικῆς ἐπιφανείας.

Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν, καὶ ἁπτομένων ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων, πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.

Τῶν δὲ γωνιῶν τὰς μὲν ἐν ἐπιφανείαις συνίστασθαι λεκτέον, τὰς δὲ ἐν στερεοῖς, καὶ τῶν ἐν ἐπιφανείαις, τὰς μὲν ἐν ταῖς ἁπλαῖς, τὰς δὲ ἐν ταῖς μικταῖς. καὶ γὰρ ἐν τῇ κυλινδρικῇ ἐπιφανείᾳ γένοιτο ἂν γωνία, καὶ ἐν τῇ κωνικῇ, καὶ ἐν τῇ σφαιρικῇ, καὶ ἐν τῇ ἐπιπέδῳ. Τῶν δὲ ἐν ταῖς ἁπλαῖς ἐπιφανείαις, αἱ μὲν ἐν ταῖς σφαιρι-

καῖς, αἱ δὲ ἐν ταῖς ἐπιπέδοις ἔχουσι τὴν σύστασιν. ποιεῖ γὰρ γωνίας καὶ ζωδιακὸς τέμνων ἰσημερινὸν εἰς δύο, κατὰ κορυφὴν τῶν τεμνουσῶν περιφερειῶν, καὶ εἰσὶν ἐπὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας αἱ τοιαίδε γωνίαι. Τῶν δὲ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις, αἱ μὲν ὑπὸ ἁπλῶν περιέχονται γραμμῶν, αἱ δὲ ὑπὸ μικτῶν, αἱ δὲ ὑπ' ἀμφοτέρων. ἐν γὰρ τῷ θυραιῷ, περιέχεται γωνία, ὑπό τε τοῦ ἄξονος, καὶ τῆς τοῦ θυραιοῦ γραμμῆς, ἀλλὰ τούτων, ἡ μὲν μικτὴ ἐστὶν, ἡ δὲ ἁπλῆ. Αἱ δὲ ὑπὸ εὐθείας, καὶ περιφεροῦς, ὑπὸ ἁπλῶν περιέχονται γραμμῶν. τούτων δ' αὖ πάλιν αἱ μὲν ὑπὸ ὁμοειδῶν περιλαμβάνονται, καὶ γὰρ δύο περιφέρειαι τέμνουσαι ἀλλήλας, ἢ ἐφαπτόμεναι, ποιοῦσι γωνίας. καὶ αὗται τριοσσαὶ, ἢ γὰρ ἀμφικύρτους, ὅταν ἐντὸς ᾖ τὰ κυρτὰ τῶν περιφερειῶν, ἢ ἀμφικοίλους, ὅταν ἀμφότερα τὰ κοῖλα ἐντὸς ὑπάρχει, ἃς καλοῦσι συστροειδεῖς, ἢ μικτὰς ὑπὸ κυρτῆς, καὶ κοίλης, ὥσπερ τὰ τῶν μηνίσκων.

Καὶ μὴν καὶ ὑπὸ εὐθείας καὶ περιφερείας περιέχονται γωνίαι διχῶς. ἢ γὰρ ὑπὸ εὐθείας καὶ κυρτῆς περιφερείας, ὡς ἡ τοῦ ἡμικυκλίου, ἢ ὑπὸ εὐθείας καὶ κυρτῆς περιφερείας ὡς ἡ κερατοειδής. αἱ δὲ ὑπὸ δυοῖν εὐθειῶν περιεχόμεναι πᾶσαι εὐθύγραμμοι κληθήσονται. τριχῆ καὶ αὗται ἔχουσαι τὴν διαφορὰν, καὶ αὐταῖς κοινὸν ὄνομα ἐστὶ τὸ τῆς ἐπιπέδου γωνίας καὶ τὸ μὲν γένος αὐτῶν κλίσις, ὁ δὲ τόπος τὸ ἐπίπεδον. καὶ γὰρ αἱ γωνίαι θέσιν ἔχουσι, τὴν δὲ γένεσιν, ὅτι δύο εἶναι δεῖ γραμμὰς καὶ οὐ τρεῖς τοὐλάχιστον ὥσπερ ἐπὶ τῆς στερεᾶς, καὶ ταύτας ὁμιλεῖν ἀλλήλαις καὶ ὁμιλούσας

μὴ

μὴ κεῖσθαι ἐπ' εὐθείας. Γωνίαι δὲ εὐθύγραμμοι εἰσὶ τρεῖς, ὀρθή, ὀξεῖα, ἀμβλεῖα, καὶ ὀρθὴ μέν ἐστιν, ὅταν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας, ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, τούτων γὰρ ἑκατέρα ὀρθή ἐστιν, ὀξεῖα δέ ἐστιν ἡ ἐλάττων ὀρθῆς, ἀμβλεῖα δὲ ἐστὶν ἡ μείζων ὀρθῆς. Καὶ αὗται δὲ αἱ γωνίαι, ἐντος τῶν σχημάτων διαφόρους ἔχουσι κλήσεις, καλοῦνται γὰρ αἱ μὲν ἐφεξῆς, αἱ δὲ κατὰ κορυφήν, αἱ δὲ ἐναλλάξ. Τὰς ἐφεξῆς γωνίας, τῶν κατὰ κορυφὴν διαφέρειν φαμέν, τῶν μὲν γὰρ ἡ γένεσις κατὰ τὴν τομὴν γίνεται τῶν δύο εὐθειῶν, τῶν δὲ τῆς ἑτέρας μόνον, περὶ τὴν ἑτέραν διαιρουμένης, ἐὰν γὰρ ἡ εὐθεῖα αὐτὴ μὲν ἄτμητος, τέμνουσα δὲ τῷ ἑαυτῆς πέρατι ἐκείνην, δύο ποιῇ γωνίας, ταύτας καλοῦμεν ἐφεξῆς. ἐὰν δὲ ὑπ' ἀλλήλων τμηθῶσι δύο εὐθεῖαι, κατὰ κορυφὴν ἀποτελοῦνται γωνίαι. καλοῦνται δὲ οὕτως, ὅτι τὰς κορυφὰς εἰς ταὐτὸ συμβάλλουσας ἔχουσι σημεῖον, κορυφαὶ δὲ αὐτῶν τὰ σημεῖα, πρὸς ἃ συναγόμενα τὰ ἐπίπεδα, τὰς γωνίας ποιεῖ. Εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ἐντὸς, καὶ ἐκτὸς, γωνίαι, καὶ αἱ ἀπεναντίον, καὶ αἱ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, περὶ ὧν ἐν ἄλλοις.

Σχῆμά ἐστι τὸ ὑπό τινος ἢ τινῶν ὅρων περιεχόμενον. οὗτος ὁ λόγος τοῦ σχήματος εἷς ὤν, περιέχει τὰς τῶν πολλῶν σχημάτων διαφορότητας, κατὰ τὸ πέρας τὸ ἐν αὐτῷ, καὶ τὸ ἄπειρον, καὶ τοῖς μὲν περιφερέσι τὴν τοῦ πέρατος ἰδέαν ἐπάγει τοῖς δὲ εὐθυγράμμοις τὴν τοῦ ἀπείρου, τοῖς δὲ ἐκ τούτων, τὴν τοῦ μικτοῦ. ἔτι δὲ ἀπὸ τοῦ πρώτου τῶν ἀριθμῶν ὑποδέχεται τὰ μέτρα τῆς προόδου τῶν εἰδῶν, ὅθεν καὶ ὑφίστησι πάντα κατ' ἀριθμούς, τὰ

μὲν ἁπλουστέρους, τὰ δὲ συνθετωτέρους. τρίγωνα γὰρ καὶ τετράγωνα, καὶ πεντάγωνα, καὶ πάντα τὰ πολύγωνα, συμπρόεισι ταῖς εἰς ἄπειρον τῶν ἀριθμῶν ἐξαλλαγαῖς.

Τῶν δὲ σχημάτων, τὰ μὲν ἐστὶν εὐθύγραμμα, τὰ δὲ περιφερόγραμμα, τὰ δὲ εὐθυπεριφερόγραμμα. Καὶ εὐθύγραμμα μὲν ἐστὶ, τρίγωνον, τετράγωνον, ῥόμβος, ῥομβοειδὲς ἑτερομηκὲς, προμηκὲς, τραπέζια, τέσσαρα, πεντάγωνον, ἑξάγωνον, καὶ ἐφεξῆς ἕως πεντεκαιδεκαγώνου. Περιφερόγραμμα δὲ κύκλος, καὶ μηνίσκος, Εὐθυπεριφερόγραμμα δὲ ἡμικύκλιον, τμῆμα κύκλου μεῖζον ἡμικυκλίου, καὶ τμῆμα κύκλου ἔλαττον ἡμικυκλίου.

Κύκλος μὲν οὖν ἐστὶ τὸ πρώτιστον καὶ ἁπλούστατον τῶν σχημάτων, καὶ τελειότατον. τῶν μὲν γὰρ στερεῶν πάντων ὑπερφέρει, τῷ ἐν ἁπλουστέρᾳ τάξει τὴν ὕπαρξιν ἔχειν, τῶν δὲ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ὑφισταμένων, τῇ τε ὁμοιότητι, καὶ ταυτότητι, τὴν ὑπεροχὴν ἔλαχεν· καὶ ἐστὶν ἀνάλογον τῷ πέρατι, καὶ τῇ μονάδι.

Ημικύκλιον δὲ ὑπὸ δύο ὅρων περιέχεται, καὶ τούτων ἀεὶ διαφερόντων, εὐθείας καὶ περιφερείας, ἀλλ᾽ ἡ εὐθεῖα οὐχ ἡ τυχοῦσα ἐστὶν, ἀλλ᾽ ἡ τοῦ κύκλου διάμετρος, ἐπεὶ καὶ τὸ ἔλασσον τμῆμα τοῦ ἡμικυκλίου, καὶ τὸ μεῖζον, ὑπὸ εὐθείας περιέχεται, καὶ τῆς περιφερείας, ἀλλ᾽ οὐκ ἐστὶν ἡμικύκλια ταῦτα, τῷ μὴ διὰ τοῦ κέντρου γεγονέναι τὴν τοῦ κύκλου διαίρεσιν. πάντα μὴν τὰ τοιάδε σχήματα δυοειδῆ ἐστὶν, ὥσπερ ὁ κύκλος μοναδικὸς, καὶ ἐξ ἀνομοίων ὑφέστηκεν. Πᾶν γὰρ τὸ ὑπὸ δύο ὅρων περιεχόμενον, ἢ ὑπὸ δύο περιφερειῶν περιέχεται,

ται,

ται, ὥσπερ τὸ μηνοειδές, ἢ ὑπὸ εὐθείας, καὶ περιφερείας ὡς τὰ εἰρημένα σχήματα ἢ ὑπὸ δύο μικτῶν γραμμῶν, ὡς αἱ δύο ἐλλείψεις τέμνοισιν ἀλλήλας. τὸ γὰρ μεταξὺ αὐτῶν ἀπολαμβανόμενον μετέξουσι σχῆμα, ἢ ἀπὸ μικτῆς καὶ εὐθείας ὡς τὸ ἥμισυ τῆς ἐλλείψεως.

Τῶν ἐπιπέδων σχημάτων τὰ μὲν ὑπὸ ἁπλῶν περιέχεται γραμμῶν, τὰ δὲ ὑπὸ μικτῶν, τὰ δὲ ὑπ᾽ ἀμφοτέρων. καὶ τῶν ὑπὸ τῶν ἁπλῶν περιεχομένων, τὰ μὲν ὑπὸ τῶν ὁμοειδῶν ὡς τὰ εὐθύγραμμα, τὰ δὲ ὑπὸ τῶν ἀνομοειδῶν, ὡς τὰ ἡμικύκλια, καὶ τὰ τμήματα, καὶ αἱ ἁψῖδες, αἳ εἰσὶν ἡμικυκλίων ἐλάσσονες, καὶ τῶν ὑπὸ ὁμοειδῶν περιεχομένων, τὰ μὲν ὑπὸ κυκλικῆς περιέχεται γραμμῆς, τὰ δὲ ὑπὸ εὐθείας, τῶν δὲ ὑπὸ κυκλικῆς γραμμῆς περιεχομένων: τὰ μὲν ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιέχεται, τὰ δὲ ὑπὸ δύο, τὰ δὲ ὑπὸ πλήθους. ὑπὸ μιᾶς μὲν ὁ κύκλος αὐτὸς, ὑπὸ δυοῖν δὲ τὰ ἀγώνια ὡς ἡ στεφάνη, ἡ ὑπὸ ὁμοκέντρων κύκλων ὁριζομένη, τὰ δὲ γεγωνιωμένα, ὡς ὁ μηνίσκος, ὑπὸ πλειόνων δὲ ἢ δυοῖν ἐπ᾽ ἄπειρον. καὶ γὰρ ὑπὸ τριῶν, ἢ τεσσάρων, καὶ ἐφεξῆς περιφερειῶν, περιέχεταί τινα σχήματα.

Ἐὰν οὖν τρεῖς κύκλοι, ἐφάπτωνται ἀλλήλων, ἀπολαμβάνουσί τι χωρίον τρίπλευρον ὑπὸ τριῶν περιφερειῶν ὁριζόμενον, ἐὰν δὲ τέσσαρες, ὑπὸ τεσσάρων, καὶ ἐφεξῆς ὡσαύτως. Τῶν δὲ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχομένων τὰ μὲν ὑπὸ τριῶν περιέχεται, τὰ δὲ ὑπὸ πλειόνων. οὔτε γὰρ ὑπὸ δύο εὐθειῶν περιέχεται χωρίον, οὔτε πολλῷ πλέον ὑπὸ μιᾶς. Ὥστε πᾶν μὲν χωρίον ὑπὸ ἑνὸς ὅρου περιεχόμενον, ἢ δυοῖν: τῶν μικτῶν ἐστίν: ἢ τῶν περιφερογράμ-

μων, καὶ μικτῶν διχῶς, ἢ ὅτι μικταὶ γραμμαὶ περιέχουσιν αὐτὸ, ἢ ὅτι ἀνομοειδές.

Τῶν τριγώνων μὲν διαίρεσις, πότε μὲν ἀπὸ τῶν γωνιῶν ἔχει τὴν ἀρχὴν, πότε δὲ ἀπὸ τῶν πλευρῶν. λέγει γὰρ ὁ Εὐκλείδης, ὅτι τῶν τριγώνων, τὰ μὲν ἰσόπλευρά ἐστι, τὰ δὲ ἰσοσκελῆ, τὰ δὲ σκαληνά. ἢ γὰρ πάσας ἔχει τὰς πλευρὰς ἴσας, ἢ πάσας ἀνίσους, ἢ δύο μόνας ἴσας. Καὶ πάλιν ὅτι τῶν τριγώνων, τὰ μὲν ὀρθογώνια, τὰ δὲ ἀμβλυγώνια, τὰ δὲ ὀξυγώνια. καὶ τὸ μὲν ὀρθογώνιον ὁρίζεται, τὸ μίαν ἔχον ὀρθὴν γωνίαν, ὥσπερ καὶ τὸ ἀμβλυγώνιον τὸ μίαν ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν, πλείους γὰρ μιᾶς ἢ ὀρθὰς ἔχειν, ἢ ἀμβλείας τὸ τρίγωνον: ἀδύνατον, τὸ δὲ ὀξυγώνιον, ὁ ἂν πάσας ἔχει ὀξείας. οὐ γὰρ ἀρκεῖ κ' ἐνταῦθα τὸ μίαν ἔχειν ὀξεῖαν. οὕτω γὰρ ὀξυγώνια ἅπαντα ἦν. πᾶν γὰρ τρίγωνον, τὰς δύο γωνίας ἔχει πάντως ὀξείας, τὰς δὲ τρεῖς ὀξείας, τὸ ὀξυγώνιον μόνον. Ἐκ δὲ τούτων λάβοις ἂν τῶν διαιρέσεων, καὶ ὅτι τὰ εἴδη πάντα τῶν τριγώνων ἑπτά ἐστι. καὶ οὔτε πλείω, οὔτε ἐλάττω. Τὸ μὲν ἰσόπλευρον ἓν ἐστὶ μόνον, ὀξυγώνιον ὑπάρχον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκάτερον τριπλοῦν. καὶ γὰρ τὸ ἰσοσκελὲς, ἢ ὀρθογώνιόν ἐστιν, ἢ ἀμβλυγώνιον, ἢ ὀξυγώνιον. καὶ τὸ σκαληνὸν δὲ ὡσαύτως τὴν τριττὴν ἔχει ταύτην διαφοράν. Εἰ οὖν ταῦτα μὲν τριχῶς, τὰ δὲ ἰσόπλευρα μοναχῶς, ἑπτὰ τὰ πάντα τῶν τριγώνων εἴδη λεγέσθω.

Τὴν δὲ τῶν τετραπλεύρων σχημάτων διαίρεσιν, εἰς δύο ποιεῖσθαι χρὴ, τὴν πρώτην: καὶ τὰ μὲν αὐτῶν παραλληλόγραμμα λέγειν, τὰ δὲ οὐ παραλληλόγραμμα.

ἐστὶ

ἐςὶ δὲ παραλληλόγραμμον τὸ ὑπὸ παραλλήλων τῶν ἀπεναντίον κειμένων εὐθειῶν περιγραφόμενον. ὡς καὶ ἐκ τοῦ ὀνόματος δῆλον. τὰ δὲ οὐ παραλληλόγραμμα, τραπέζια καλεῖται.

Τῶν δὲ παραλληλογράμμων, τὰ μὲν καὶ ὀρθογώνια, καὶ ἰσόπλευρα. ὥς τὰ τετράγωνα, τὰ ἢ οὐδέτερα τούτων, ὡς τὰ ῥαμβοειδῆ, τὰ δὲ ὀρθογώνια μὲν οὐκ ἰσόπλευρα δὲ, ὡς τὰ ἑτερομήκη, τὰ ἢ ἔμπαλιν ἰσόπλευρα μὲν, οὐκ ὀρθογώνια δὲ, ὡς οἱ ῥόμβοι. ἢ γὰρ ἀμφότερα ἔχειν ἀναγκαῖον τήν τε ἰσότητα τῶν πλευρῶν, καὶ τὴν ὀρθότητα τῶν γωνιῶν, ἢ οὐδέτερον, ἢ τὸ ἕτερον, καὶ τοῦτο διχῶς, ὥστε τετραχῶς ὑφίστασθαι τὸ παραλληλόγραμμον.

Τῶν δὲ μὴ παραλληλογράμμων, τὰ μὲν δύο μόνον ἔχει παραλλήλους· οὐκέτι δὲ καὶ τὰς λοιπὰς, τὰ δὲ οὐδ᾽ ὅλως ἔχει, τῶν πλευρῶν τινὰς παραλλήλους. καὶ τὰ μὲν καλεῖται τραπέζια, τὰ δὲ τραπεζοειδῆ. τῶν ἢ τραπεζίων, τὰ μὲν ἴσας ἔχει τὰς συναπτούσας παραλλήλους ταύτας, τὰ δὲ ἀνίσους, καὶ καλεῖται τὰ μὲν ἰσοσκελῆ τραπέζια, τὰ δὲ σκαληνὰ τραπέζια. Τὸ ἄρα τετράπλευρον ἑπταχῶς ἡμῖν ὑποστήσεται. τὸ μὲν γὰρ ἐςὶ τετράγωνον, τὸ δὲ ἑτερομηκὲς, τὸ δὲ ῥόμβος, τὸ δὲ ῥομβοειδὲς, τὸ δὲ τραπέζιον ἰσοσκελὲς, τὸ δὲ τραπέζιον σκαληνὸν, τὸ δὲ τραπεζοειδὲς.

Παράλληλοι εὐθεῖαι εἰσὶν, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, καὶ ἐκβαλλόμεναι ἐπ᾽ ἄπειρον, ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη, ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις. ἢ αἱ μήτε συννεύουσαι μήτε ἀπονεύουσαι ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ, ἀλλ᾽

ἴσας ἔχουσαι πάσας τὰς καθέτους, τὰς ἀγομένας, ἀπὸ τῶν τῆς ἑτέρας σημείων ἐπὶ τὴν λοιπήν. ὅσαι δὲ αὖ ἐλάττους ἀεὶ ποιῶσι τὰς καθέτους, συννεύουσιν ἀλλήλαις. ἡ γὰρ κάθετος τά τε ὕψη τῶν χωρίων, καὶ τὰ διαστήματα τῶν γραμμῶν ὁρίζειν δύναται. διόπερ ἴσων μὲν τῶν καθέτων οὐσῶν, ἴσα τὰ διαστήματα τῶν εὐθειῶν. μειζόνων δὲ καὶ ἐλαττόνων γενομένων, καὶ ἡ ἀπόστασις ἐλαττοῦται, καὶ συννεύουσιν ἀλλήλαις, ἐφ᾽ ἃ μέρη εἰσὶν αἱ κάθετοι ἐλάσσονες.

Δεῖ δὲ εἰδέναι ὅτι τῶν γραμμῶν αἱ μὲν εἰσὶν ὁρισμέναι καὶ σχῆμα περιέχουσιν, ὡς ὁ κύκλος, καὶ ἡ τῆς ἐλλείψεως γραμμή, καὶ ἡ κισσοειδής, καὶ ἄλλαι παμπληθεῖς. αἱ δὲ ἀόριστοι, καὶ εἰς ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι, ὡς ἡ εὐθεῖα καὶ ἡ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομή, καὶ ἡ τοῦ ἀμβλυγωνίου, καὶ ἡ κογχοειδής. πάλιν δ᾽ αὖ τῶν εἰς ἄπειρον ἐκβαλλομένων, αἱ μὲν οὐδὲν σχῆμα περιλαμβάνουσιν, ὡς ἡ εὐθεῖα, καὶ αἱ κωνικαὶ τομαὶ αἱ εἰρημέναι. αἱ δὲ συνελθοῦσαί τε καὶ ποιήσουσαι τι τὸ σχῆμα, ἐπ᾽ ἄπειρον τὸ λοιπὸν ἐκφέρονται.

Τούτων δὲ αἱ μὲν εἰσὶν ἀσύμπτωτοι, αἱ ὅπως ποτ᾽ ἂν ἐκβληθῶσι, μὴ συμπίπτουσαι. σύμπτωται δὲ αἱ ποτὲ συμπεσούμεναι. τῶν δὲ ἀσυμπτώτων· αἱ μὲν ἐν ἑνὶ εἰσὶν ἀλλήλαις ἐπιπέδῳ· αἱ δὲ οὔ. τῶν δὲ ἀσυμπτώτων, καὶ ἐν ἑνὶ οὐσῶν ἐπιπέδῳ, αἱ μὲν ἴσον ἀεὶ διάστημα ἀνεστήκασιν ἀλλήλων, αἱ δὲ μειοῦσιν ἀεὶ τὸ διάστημα, ὡς ὑπερβολὴ πρὸς τὴν εὐθεῖαν, καὶ ἡ κογχοειδὴς πρὸς τὴν εὐθεῖαν. αὗται γὰρ ἀεὶ ἐλασσουμένου τοῦ διαστήματος, ἀεὶ ἀσύμπτωτοί εἰσιν, καὶ συννεύουσι μὲν ἀλλήλαις

οὐδέ-

οὐδέποτε δὲ συνάγουσι παντελῶς, ὃ καὶ παραδοξότατον ἐστὶν ἐν γεωμετρίᾳ θεώρημα, δεικνύον σύνευσιν τινῶν γραμμῶν ἀσύμπτωτον. Τῶν δὲ ἴσον ἀεὶ ἀπεχουσῶν διάστημα, αἱ εἰσὶν εὐθεῖαι μηδέποτε ἔλασσον ποιοῦσαι τὸ μεταξὺ αὐτῶν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ, παράλληλοι εἰσίν. καὶ ταῦτα μὲν περὶ τούτων ὁ Γεμῖνος.

Τρία δ' ἐστὶν ἀναλαμβάνειν τοῖς παραλλήλοις ὑπάρχοντα καθ' αὑτό, καὶ αὐτοχαρακτηριστικά τε αὐτῶν, καὶ ἀντιστρέφοντα πρὸς αὐτάς, οὐ μόνον τὰ τρία ἅμα, ἀλλὰ καὶ ἕκαστον ἀποδιαληφθὲν τῶν λοιπῶν: ὧν τὸ μὲν ἐστὶν εὐθείας τεμνούσης τὰς παραλλήλους ἴσας εἶναι τὰς ἐναλλάξ. τὸ δὲ εὐθείας τεμνούσης τὰς παραλλήλους ἴσας εἶναι τὰς ἐντὸς: δυσὶν ὀρθαῖς, τὸ δὲ λοιπὸν, εὐθείας τεμνούσης τὰς παραλλήλους: ἴσην εἶναι τὴν ἐντὸς, τῇ ἐκτὸς καὶ ἀπεναντίον. ἕκαστον γὰρ τούτων ἱκανὸν ἀποδειχθὲν, παραλλήλους ἀποφῆναι τὰς εὐθείας. Τοῦτον δὲ τὸν τρόπον εἰώθασι καὶ οἱ ἄλλοι μαθηματικοὶ διαλέγεσθαι περὶ τῶν γραμμῶν, ἑκάστου εἴδους τὸ σύμπτωμα παραδιδόντες.

ΤΑ ΤΗΣ ΣΤΕΡΕΩΜΕ τρίας ὀνόματα.

Στερεὸν ἐστὶ, τὸ μῆκος, καὶ πλάτος, καὶ βάθος ἔχον. στερεοῦ δὲ πέρας, ἐπιφάνεια. Εἰ τὶ μὲν σῶμα: τοῦτο καὶ στερεὸν, οὐκ ἀνάπαλιν δὲ, εἴ τι στερεὸν, τοῦτο καὶ σῶμα, ὡς ἐπὶ τῶν προκειμένων ἔχει στερεῶν, ταῦτα γὰρ φανταστὰ ἐστὶ, καὶ στερεὰ μὲν, οὐκ ἀντίτυπα ᾖ. Γενικῶς τοίνυν ἅπαν, στερεὸν ἐστὶ τὸ μῆκος καὶ πλά-

τος

τος, ἢ βάθος, ἔχον οὗ πέρας ἐπιφάνεια.

Γωνία δὲ στερεὰ ἐστὶν, ἡ ὑπὸ πλειόνων, ἢ δύο γωνιῶν ἐπιπέδων περιεχομένη, μὴ οὐσῶν, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνισταμένων.

Ελλείπει ὁ ὁρισμὸς οὗτος. ἡ γὰρ τοῦ τεταρτημορίου τῆς σφαίρας γωνία, ὑπὸ πλειόνων μὲν ἢ δύο ἐπιφανειῶν περιέχεται οὐκ ἐπιπέδων δέ. τὸ γὰρ ἡμικώνιον, πρὸς τῇ κορυφῇ, οὐ ποιεῖ γωνίαν στερεάν. εἰ γὰρ ἐστὶν ἐκείνη γωνία, καὶ ἡ κορυφὴ τοῦ κώνου, γωνία ἐστὶν. ὥστε καὶ ὑπὸ δύο ἐπιφανειῶν, καὶ ὑπὸ μιᾶς εἶναι στερεὰν γωνίαν. Ἀλλ' ὅπερ ἐστὶν ἀληθὲς ἄμεινον ὁρίζεσθαι τὴν στερεὰν γωνίαν, σύνευσιν μεγέθους ἢ μεγεθῶν, πρὸς ἑνὶ σημείῳ.

Αλλος. Στερεὰ γωνία ἐστὶν, ἡ ὑπὸ πλειόνων, ἢ δύο γραμμῶν, ἁπτομένων ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὐσῶν, πρὸς πάσαις ταῖς γραμμαῖς κλίσις. Καὶ ὁ μὲν Ευκλείδης, ἐν τῇ κλίσει τὴν γωνίαν βούλεται εἶναι. οἱ δὲ Στωϊκοὶ τὴν κλίσιν γωνίαν. ορθῶς δὲ ὁ Εὐκλείδης, πᾶσα γὰρ γωνία σύνευσις ἐστὶ μεγεθῶν, πρὸς ἑνὶ σημείῳ. Αλλως. Στερεὰ γωνία κοινῶς μὲν ἐστιν ἐπιφανείας ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ κοῖλα ἐχούσης πρὸς ἑνὶ σημείῳ συναγωγή. ἢ ἁπλῶς ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο ἐπιπέδων γωνιῶν περιεχομένη. ἢ συναγωγὴ στερεὰ ὑφ' ἑνὸς σημείου κεκλασμένη ἐπιφανείας πρὸς γραμμὴν, ἥ τις ἐκβαλλομένη οὐ συμπίπτει αὐτῇ καθ' ἑαυτῆς. Νοεῖται δὲ ἐκβαλλομένη, ὅταν μὴ φαίνεται μὴ ἐκκλίνουσα ὅλον αὐτῆς τὸ μῆκος, ὁμοίως καὶ ἐπίπεδον ἐκβαλλόμενον νοεῖται. Ιδίως δὲ εὐθύγραμμοι στερεαὶ γωνίαι καλοῦνται.

ται· ὧν αἱ ἐπιφάνειαι, αἱ ποιοῦσαι τὰς γωνίας, ὑπὸ γωνιῶν σὐθυγράμμων περιέχονται. ὡς αἱ τῶν πυραμίδων, καὶ αἱ τῶν στερεῶν πολυέδρων, καὶ αἱ τοῦ κύβου. οὐκ εὐθύγραμμοι δὲ, αἱ μὴ οὕτως ἔχουσαι· ὡς αἱ τῶν κώνων.

Τῶν δὲ ἐν τοῖς στερεοῖς σχήμασι ἐπιφανειῶν αἱ μὲν ἀσύνθετοι λέγονται· αἱ δὲ σύνθετοι. ἀσύνθετοι μὲν οὖν τῶν στερεῶν εἰσὶν· ὅσαι ἐκβαλλόμεναι αὐταὶ καθ' ἑαυτὰς πίπτουσιν. οἷον ἡ τῆς σφαίρας, σύνθετοι δ' ὅσαι ἐκβαλλόμεναι τέμνουσιν ἀλλήλας. Τῶν δὲ συνθέτων, αἱ μὲν ἐξ ἀνομογενῶν εἰσὶν σύνθετοι. ὡς αἱ κώνων καὶ κυλίνδρων· καὶ τῶν τούτοις ὁμοίων. ἐξ ὁμογενῶν δὲ αἱ τῶν στερεῶν εὐθυγράμμων. καὶ καθ' ἑτέραν δὲ διαίρεσιν τῶν ἐν τοῖς στερεοῖς σχήμασι τῶν ἐπιφανειῶν. αἱ μὲν εἰσὶν ἁπλαῖ, αἱ δὲ μικταὶ, ἁπλαῖ μὲν οὖν εἰσὶν ἐν τοῖς στερεοῖς ἐπιπέδοις ἡ σφαιρική. μικταὶ δὲ ἥ τε κωνική, καὶ κυλινδρική, καὶ αἱ ταύταις ὅμοιαι. αὗται μὲν οὖν μικταὶ ἐξ ἐπιπέδου καὶ περιφερείας, αἱ δὲ σπειρικαὶ, μικταὶ εἰσὶν ἐκ δύο περιφερειῶν, καὶ ἄλλαι δὲ πλείους εἰσὶν, ὥσπερ σύνθετοι. οὕτω καὶ μικταὶ ἄπειροι.

Τῶν δὲ ἐν τοῖς στερεοῖς σχήμασι γραμμῶν· αἱ μὲν ἁπλαῖ, αἱ δὲ μικταὶ, ἁπλαῖ μὲν οὖν αἱ τε εὐθεῖαι, καὶ περιφερεῖς· μικταὶ δὲ αἵ τε κωνικαὶ, καὶ σπειρικαὶ· καὶ αὗται μὲν τεταγμέναι εἰσὶν. τῶν δὲ ἀτάκτων· πλῆθος ἄπειρόν ἐστιν, ὡς καὶ τῶν συνθέτων.

Σφαῖρα ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ὑπὸ μιᾶς ἐπιφανείας περιεχόμενον· πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου, τῶν ἐντὸς καὶ μέσου τοῦ σχήματος κειμένων, πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι

εὐθεῖαι

εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. ἢ σχῆμα στερεὸν ἄκρως στρόγγυλον, ὥστε ἐκ τοῦ μέσου πάντη ἴσας ἔχειν τὰς ἀποστάσεις. ὅταν γὰρ ἡμικυκλίου, μενούσης τῆς διαμέτρου περιενεχθὲν τὸ ἡμικύκλιον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ: ἡ μὲν γινομένη ἐπιφάνεια, ὑπὸ τῆς τοῦ ἡμικυκλίου περιφερείας σφαιρικὴ ἐπιφάνεια καλεῖται, τὸ δὲ περιληφθὲν στερεὸν σχῆμα, σφαῖρα. τὸ δὲ μέσον τῆς σφαίρας κέντρον αὐτῆς καλεῖται. ἐστὶ δὲ ταυτὸ τοῦτο τοῦ ἡμικυκλίου κέντρον. Η δὲ διάμετρος τῆς σφαίρας ἄξων καλεῖται: καὶ ἐστὶν εὐθεῖά τις, διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη τῆς σφαίρας ἀμετακίνητος: περὶ ἣν ἡ σφαῖρα κινεῖται καὶ στρέφεται. Τὰ τοῦ ἄξωνος ἄκρα πόλοι καλοῦνται.

Αλλως. Σφαῖρα ἐστὶν ὅταν ἡμικυκλίου μενούσης τῆς διαμέτρου: περιενεχθὲν τὸ ἡμικύκλιον, εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ: ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι: τὸ περιληφθὲν σχῆμα.

Αξων δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶν, ἡ μένουσα εὐθεῖα, περὶ ἣν τὸ ἡμικύκλιον στρέφεται. Κέντρον δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶ τὸ αὐτὸ ὃ καὶ τοῦ ἡμικυκλίου. Διάμετρος δὲ τῆς σφαίρας ἐστιν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

Κῶνος ἐστὶν, ὅταν ὀρθογωνίου τριγώνου, μενούσης μιᾶς πλευρᾶς, τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν: περιενεχθὲν τὸ τρίγωνον: εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι: τὸ περιληφθὲν σχῆμα. Κἂν μὲν ἡ μένουσα εὐθεῖα, ἴση ᾖ τῇ λοιπῇ, τῇ περὶ τὴν ὀρθὴν περιφερομένῃ:

σῃ: ὀρθογώνιος ἐστὶ κῶνος. ἐὰν δὲ ἐλάττων, ἀμβλυγώνιος, ἐὰν δὲ μείζων ὀξυγώνιος. Ἄξων δὲ τοῦ κώνου ἐστὶν, ἡ μένουσα, εὐθεῖα περὶ ἣν τὸ τρίγωνον στρέφεται. Βάσις δὲ ὁ κύκλος, ὁ ὑπὸ τῆς περιφερομένης εὐθείας γραφόμενος.

Γένεσιν ἐν ταῦτα ὁ Εὐκλείδης ὡρίσατο τοῦ κώνου οὐ παντός: ἀλλὰ τοῦ ἰσοσκελοῦς. ὁ δὲ Ἀπολλώνιος καλῶς ὡρίσατο ἐπιπλέον, τὴν γένεσιν τῶν κώνων. διαιρεῖσθαι γὰρ αὐτοὺς φησὶν εἰς ἰσοσκελεῖς, καὶ ἀνισοσκελεῖς: ὁ δὲ Ἀρχιμήδης, εἰς ὀρθογωνίους, ὀξυγωνίους, καὶ ἀμβλυγωνίους: τὴν πλευρὰν πρὸς τὴν βάσιν συγκρίνων. Δῆλον δὲ ὅτι ἐν πάσῃ γωνίᾳ σκαληνοὶ εἶναι δύνανται οἱ κῶνοι. ἐν δὲ τῇ ὀξείᾳ μόνοι οἱ ἰσοσκελεῖς. ἐπεὶ καὶ τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων: αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι: ὀξεῖαι εἰσίν.

Ὁ τοίνυν Ἀπολλώνιος οὕτω φησίν. Ἐὰν ἀπό τινος σημείου, πρὸς κύκλου περιφέρειαν: ὃς οὐκ ἔστιν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, τῷ σημείῳ: εὐθεῖα ἐπιζευχθεῖσα, ἐφ' ἑκάτερα προσεκβληθῇ: καὶ μένοντος τοῦ σημείου, ἡ εὐθεῖα περιενεχθεῖσα περὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν: εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ: ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι: τὴν γραφεῖσαν ὑπὸ τῆς εὐθείας ἐπιφάνειαν, ἣ σύγκειται, ἐκ δύο ἐπιφανειῶν κατὰ κορυφὴν ἀλλήλαις κειμένων: ὧν ἑκάτερα εἰς ἄπειρον αὔξεται, τῆς γραφούσης εὐθείας εἰς ἄπειρον προσεκβαλλομένης: καλῶ κωνικὴν ἐπιφάνειαν.

Κορυφὴν δὲ αὐτῆς, τὸ μεμενηκὸς σημεῖον. ἄξονα δὲ, τὴν διὰ τοῦ σημείου, καὶ τοῦ κέντρου ἀγομένην εὐθεῖαν. Κῶνον δὲ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τοῦ κύκλου:

καὶ

λημμένης κυλινδρικῆς ἐπιφανείας.

Βάσεις δὲ τοῦ κυλίνδρου οἱ κύκλοι. Ἄξων δὲ ἡ διὰ τῶν κέντρων αὐτῶν ἀγομένη εὐθεῖα. Πλευρὰ δὲ τοῦ κυλίνδρου, γραμμή τις, ἥτις εὐθεῖα οὖσα: καὶ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας οὖσα τοῦ κυλίνδρου τῶν βάσεων ἀμφοτέρων ἅπτηται: ἣν καὶ φαμὲν περιενεχθεῖσαν: γράφειν τὴν κυλινδρικὴν ἐπιφάνειαν. Τῶν δὲ κυλίνδρων, ὀρθοὶ εἰσὶν οἱ τὸν ἄξονα πρὸς ὀρθὰς ἔχοντες ταῖς βάσεσι.

Πύραμις ἐστὶ σχῆμα στερεόν, ἐπιπέδοις περιεχόμενον, ἀφ' ἑνὸς ἐπιπέδου πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνεστός.

Κύβος ἐστὶ σχῆμα στερεόν, ὑπὸ ἓξ τετραγώνων ἴσων περιεχόμενον.

Ὀκτάεδρον, ἐστὶ σχῆμα στερεόν, ὑπὸ ὀκτὼ τριγώνων ἴσων, καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον. Εἰκοσάεδρον ἐστὶ σχῆμα στερεόν, ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων ἴσων, καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

Δωδεκάεδρον ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ὑπὸ δώδεκα πενταγώνων ἴσων, καὶ ἰσοπλεύρων, καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον.

Ῥητέον δέ τι περὶ τούτων καὶ φυσικώτερον. τῶν ἐπιπέδων σχημάτων εἰς τε εὐθύγραμμα, καὶ κύκλους διῃρημένων: τὰ μὲν εὐθύγραμμα πρὸς ὀρθὰς τοῖς ἑαυτῶν ἐπιπέδοις ἀνασταθέντα: πρίσματα ποιεῖ: ἀλλὰ τὸ τετράγωνον, καὶ κύβον ἀποτελεῖ, ἰσάκις ἴσως ἰσάκις ἀνασταθέν. πρὸς δὲ ὀξεῖαν ἀνασταθέντα: καὶ εἰς ἓν σημεῖον ἄνωθεν ἀποπερατούμενα: πυραμίδας συνίστησιν. οἱ δὲ κύκλοι πρὸς μὲν ὀρθὰς ἀνιστάμενοι: κυλίνδρους ποιοῦσιν: ἐπικλίνοντες δὲ πρὸς ἑαυτούς, καὶ εἰς ση-

μεῖον ἀποστενούμενοι ἄνωθεν· κῶνοι γίνονται. εἰ δὲ εἰς ἑαυτοὺς συστραφεῖεν, εἰς σφαίρας ἀποτελοῦνται.

Οὐ μὴν ἀλλὰ καὶ τῷ παντὶ τὴν τούτων ἀναλογίαν ἀνέθεσαν. τῷ πυρὶ μὲν ἀνάλογον τὴν πυραμίδα· διὰ τὴν ἀνωφερείαν φάμενοι. τῷ δὲ ἀέρι τὸ ὀκτάεδρον διὰ τὸ ὧδε κἀκεῖσε τοῦ ὀκταέδρου ἀποτάσιν ἔχειν. τῷ ὕδατι δὲ τὸ εἰκοσάεδρον, ὡς πολυρρεπές, καὶ πολλαχοῦ ταῖς γωνίαις οἷον διαχεόμενον. τῇ δὲ γῇ τὸν κύβον, ὡς βασιμώτατον. τῇ σφαίρᾳ δὲ τὸ δωδεκάεδρον, ὡς ἐκ πενταγώνων περιεχόμενον· πολυγωνιωτέρων τῶν ἄλλων· καὶ διὰ τοῦτο πολυχωρητοτέρων, καὶ ὄντων τῷ σφαιρικῷ πρὸς οἰκείωσιν.

Ἀπὸ δὲ ἰσοπλεύρων ἴσων τε καὶ ἰσογωνίων ἐπιπέδων σχημάτων, τὰ πέντε ταῦτα στερεὰ περιέχεται σχήματα· καὶ παρὰ τὰ εἰρημένα πέντε σχήματα· οὐκ ἔστιν ἕτερον σχῆμα στερεὸν συστήσασθαι ὑπὸ ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων ἀλλήλοις ἐπιπέδων περιεχόμενον.

ΤΑ ΠΑΘΗ ΤΩΝ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Ἐφάπτεται δὲ γραμμὴ γραμμῆς, καὶ ἐπιφανείας, καὶ στερεοῦ, κατὰ στιγμὴν, καὶ κατὰ γραμμὴν. στιγμὴ δὲ στιγμῆς ἁψαμένη· μία γίνεται. γραμμὴ δὲ γραμμῆς ἁψαμένη· ὅλη ὅλης· ὁμοίως μία γίνεται. Εὐθεῖα δὲ κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται· ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου, καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ μηδέτερα τὰ μέρη, τέμνει τὸν κύκλον.

Κύ-

Κύκλοι δ' ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται: οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων, οὐ τέμνουσι ἀλλήλους. Εὐθεῖα δὲ πρὸς ἐπίπεδον ὀρθή ἐστιν, ὅταν πρὸς πάσας τὰς ἁπτομένας αὐτῆς ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ὀρθὰς ποιῇ τὰς γωνίας. Ἐπίπεδον δὲ πρὸς ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστιν: ὅταν αἱ τῇ κοινῇ αὐτῶν τομῇ, πρὸς ὀρθὰς ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων ἀγόμεναι εὐθεῖαι: καὶ τῷ λοιπῷ πρὸς ὀρθὰς ὦσιν. Ἐπίπεδα δὲ παράλληλα ἐστὶ τὰ ἀσύμπτωτα.

Διάφοροι μὲν καὶ ἐν στερεοῖς, καὶ ἐν ἐπιπέδοις ἤδη δὲ καὶ ἐν γραμμαῖς, ὁμοιότης καὶ ἰσότης: οὕτω γοῦν καὶ ἐν τῷ ἕκτῳ τῶν τοῦ Εὐκλείδου στοιχείων. Δύο δοθέντων εὐθυγράμμων, ᾧ μὲν ὅμοιον, ᾧ δὲ ἴσον συστήσασθαι πρόκειται: κἀκεῖ μέσον ἀνάλογον εὑρόντες: διὰ ταύτης κατασκευάζομεν τὸ προβληθὲν ἐπὶ δὲ τῶν στερεῶν διὰ δύο μεσοτήτων. Νυνὶ δὲ καθόλου λέγωμεν περὶ μὲν ἴσων ὅτι ἴσαι γραμμαί εἰσιν, καὶ ἐπιφάνειαι καὶ στερεὰ: ὅσα ἁρμόττει ὅλοις, ἢ κατὰ γένος, ἢ κατὰ σχηματισμόν. Λέγεται δὲ ἴσον, καὶ τὸ ἰσοπερίμετρον τῇ περιοχῇ, καὶ τὸ ἴσον ταῖς γραμμαῖς: ὥστε καὶ τῷ ἐμβαδῷ: Ἴσαι δὲ γωνίαι εἰσὶν αἱ ἐφαρμόζουσαι ὅλαι ὅλοις, ἐν τοῖς ἐπιπέδοις, ἢ ἐν τοῖς στερεοῖς, κατὰ τὴν αὐτὴν συναγωγήν, ἢ κατὰ γένος, ἢ κατὰ σχηματισμόν. Ἴσοι δὲ κύκλοι εἰσίν, ὧν αἱ διάμετροι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν: ἀπὸ γὰρ τῶν αὐτῶν διαμέτρων οὐκ ἔστιν ἕτερον καὶ ἕτερον κύκλον ἐπινοῆσαι. Δοθείσης δὲ τῆς διαμέτρου: δέδοται καὶ ὁ κύκλος τῷ μεγέθει. Ἴσον δὲ ἀπέχειν τὰς εὐθείας λέγεται τοῦ κέντρου: ὅταν ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσιν. Μεῖζον δὲ

ἐφ᾽ ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει. Ἴσα δὲ καὶ ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστι· τὰ ὑπὸ ἴσων ἐπιπέδων περιεχόμενα, καὶ ὁμοίως κειμένων, ἴσων τὸ πλῆθος καὶ τὸ μέγεθος.

Ὅμοιά ἐστι σχήματα εὐθύγραμμα· τὰ ἔχοντα κατὰ μίαν τὰς γωνίας ἴσας. καὶ ἄλλως. ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν· καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον. Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ἐν οἷς ἐν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι εἰσίν. Ὅμοια τμήματα κύκλων ἐστὶ, τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι εἰσί. Παραπλησίως γε καὶ τμήματα σφαιρῶν, ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα καὶ ὁμοίως κειμένων. Πᾶς δὲ κύκλος παντὶ κύκλῳ ὅμοιός ἐστι τῷ εἴδει. μία γὰρ ἡ γένεσις τοῦ κύκλου, καὶ ἓν τὸ εἶδος· τῶν δὲ τμημάτων, οὐκ ἔστι μία αὐτὴ ὁμοιότης. ἀλλ᾽ ὅσα μὲν ἔχει τὴν ὁμοίαν κλίσιν· τοῦτ᾽ ἐστὶ τὰς ἐν αὐτοῖς γωνίας ἀλλήλαις ἴσας· ταῦτα καλεῖται ὅμοια· οὐχ ὅμοια δὲ τὰ μὴ οὕτως ἔχοντα· παραπλησίως δ᾽ ἔχει καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἐπιπέδων τε καὶ στερεῶν σχημάτων.

Μέγεθός ἐστι τὸ αὐξανόμενον, καὶ τὸ τεμνόμενον εἰς ἄπειρον· εἴδη δ᾽ αὐτοῦ τρία γραμμή, ἐπιφάνεια, στερεόν. ἄπειρον δ᾽ ἐστὶ μέγεθος, οὗ μεῖζον οὐδὲν νοεῖται καθ᾽ ὑπόστασιν ἡλικονοῦν δήποτε· ὥστε μηδὲν εἶναι αὐτοῦ πέρας. Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους τὸ ἔλαττον τοῦ μείζονος· ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον. εἴρηται δὲ τὸ μέρος νῦν, οὔτι ὡς κόσμου μέρος ἡ γῆ, οὔτε ὡς ἀνθρώπου κεφαλή· ἀλλὰ μὲν οὐδὲ ὡς τῆς πρὸς

ὀρθὰς

ὀρθὰς τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, λέγομεν μέρος εἶναι τὴν ἐκτὸς τοῦ ἡμικυκλίου λαμβανομένην γωνίαν ὑπὸ τῆς πρὸς ὀρθάς. ἀδύνατον γὰρ ἐστὶν ὑπὸ ταύτης τῆς γωνίας ἢ τῆς κερατοειδοῦς καλεῖται καταμετρηθῆναι τὴν ὀρθὴν, πάσης γωνίας εὐθυγράμμου ἐλάττονος οὔσης τῆς κερατοειδοῦς. Μᾶλλον οὖν τὸ ἐν μεγέθει μέρος ἐπὶ τῶν ὁμογενῶν ληψόμεθα· καὶ οὕτως ἐροῦμεν τὸ ἐν μεγέθεσι μέρος, ὡς τὴν τοῦ τρίτου ὀρθῆς γωνίαν λέγομεν τῆς ὀρθῆς μέρος εἶναι. Τὸ γὰρ σοφισμάτιον ἐκεῖνο παραλειπτέον τὸ λεγόμενον ὅτι εἰ τὸ μέρος ἐστὶ τὸ καταμετροῦν· καὶ τὸ καταμετροῦν ἐστὶ μέρος· καταμετρεῖται δὲ τὸ στερεὸν ὑπὸ ποδιαίας εὐθείας. μέρος ἄρα ἡ ποδιαία εὐθεῖα τοῦ στερεοῦ. καὶ στερεόν ἐστὶν ἡ ποδιαία εὐθεῖα. ὅπερ ἄτοπον. ποδιαία εὐθεῖα τὸ μῆκος καταμετρεῖ τοῦ στερεοῦ, καὶ τὸ βάθος, καὶ τὸ πλάτος ὅπερ εἰσὶν ὁμογενῆ αὐτῇ τῇ εὐθείᾳ· οὐ μὴν τὸ στερεόν. Πολλαπλάσιον ἐστὶ τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάττονος, ὅταν καταμετρεῖται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

Τί μέρος μὲν οὖν ἐστὶ καὶ λόγος, καὶ τίνα ὁμογενῆ ἅμα καὶ τί ἀναλογία εἴρηται μὲν ἀκριβέστερον ἐν τοῖς πρὸ τῆς ἀριθμητικῆς στοιχειώσεως. νῦν δὲ λέγομεν· ὅτι ὡς ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμογενῶν ἡ ἀναλογία ἐφαρμόζει· οὕτω καὶ ἐπὶ τῶν ἐν τοῖς μεγέθεσιν ὁμογενῶν. Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα τὰ μεγέθη λέγεται· ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα· ἀλλήλων ὑπερέχειν. πρὸς δὲ οὕτως ἀντιθέτους τῷ ὅρῳ τούτῳ· καὶ λέγοντας· ὅτι μόνα λόγον ἔχει πρὸς ἄλληλα, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν, οὐδὲν δὲ οὕτως ὁμογενὲς, ὡς συ-

μεῖον σημείου· ἄρα ὅτι πολλαπλασιαζόμενον τὸ σημεῖον, ὑπερέξει τοῦ σημείου. πρὸς δὲ τούτους ῥητέον, ὅτι τὸν κατὰ μέγεθος πολλαπλασιασμὸν οὐκ ἐπιδέχεται τὸ σημεῖον. ὁ γὰρ ἀσυντεῖ μεγέθους· τοῦτο ἀσυντεῖ καὶ τοῦ κατὰ μέγεθος πολλαπλασιασθῆναι. μόνως δὲ ἐπιδέξεται πολλαπλασιασμὸν κατ᾽ ἀριθμὸν οὕτως. ἐπειδὴ ἐν τῇ εὐθείᾳ ἄπειρά ἐστι σημεῖα, τὰ τοσάδε τοσῶνδε ἐστὶ πολλαπλάσια· ὅλως τινὸς περὶ μεγέθους διαλεγομένου, ἔχοντός τινα διάστασιν. τοῦ στοιχειωτοῦ ἄντικρυς· τὸ μὲν σημεῖον ἀμερές· λόγον δὲ ἔχειν πρὸς ἄλληλα τὰ μεγέθη εἰπόντος. Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγονται πρῶτον πρὸς δεύτερον· καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον· ὅταν τοῦ πρώτου καὶ τοῦ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἄλλων ὡς ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλασίων ἢ ἅμα ὑπερέχῃ. ἢ ἅμα ἐλλείπει· ἢ ἅμα ἴσα ᾖ ληφθέντα κατ᾽ ἄλληλα· τὰ δὲ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα ἀνάλογον καλείσθω. Ἀναλογία δ᾽ ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις ἐστίν. ἐνταῦθα ὅρων λαμβανομένων ἤτοι τῶν μεγεθῶν, ἤτοι τῶν ἐπικειμένων αὐτοῖς ἀριθμῶν. ὡς γὰρ κύκλου ὅρος ἐστὶν ἡ περιφέρεια, καὶ τριγώνου αἱ πλευραί· οὕτω τοῦ θ πρὸς τὸν ϛ λόγου· ὅροι εἰσὶν οἱ αὐτοὶ ἀριθμοί. Ὅταν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται· ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον φησὶ γοῦν Ἐρατοσθένης, ὅτι ὥσπερ ἐπὶ τῶν διαστημάτων ἴσων καὶ κατ᾽ εὐθεῖαν κειμένων, τὰ διαστήματα διπλασιάζεται· οὕτως καὶ ἐπὶ τῶν λόγων, ὡσανεὶ κατ᾽ εὐθεῖαν κειμένων, τὸ α πρὸς τὸ γ, διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον

ϛον. τὰ γὰρ θ τῶν ϛ ἀφέστηκεν ἡμιολίῳ καὶ τὰ ϛ τῶν δ τῷ αὐτῷ ἡμιολίῳ. τὰ ἄρα θ τῶν δ ἀφέστηκεν δυσὶν ἡμιολίοις. καὶ γὰρ αἱ ὑπεροχαὶ αἱ δύο, τῇ μιᾷ εἰσὶν αὐταί. οἷον ὡς ἐπὶ τῶν θ. καὶ τῶν δ. ὑπερέχει δὲ καὶ ὁ θ τοῦ ϛ τοῖς τρισίν· ὑπερέχει δὲ καὶ ὁ ϛ τῶν δ τοῖς δυσίν. τὰ δὲ τρία καὶ τὰ β συντιθέντα ποιεῖ τὸν πέντε. ὅς ἐστι τῆς θ καὶ δ ὑπεροχή. Ὥσπερ δὲ ἀπὸ τῶν μειζόνων ἐπὶ τούτους ἐλάττονας αἱ ὑπεροχαὶ ποιοῦσι διπλασίους λόγους καὶ τριπλασίους· οὕτως ἀπὸ τῶν ἐλαττόνων αἱ ἐλλείψεις. Ὅταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων, τὸ μὲν τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ δευτέρου πολλαπλασίου, τότε τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον, μείζονα λόγον ἔχειν λέγεται ἢ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον. Ἐν δὲ ταύτῃ τῇ ὑπογραφῇ τοῦ ὅρου βεβούληται ὁ Εὐκλείδης εἰς ὑπόνοιαν ἡμᾶς ἀγαγεῖν καὶ παραστῆσαι ἐν τρισὶν εὑρίσκεσθαι δεῖ· μείζονα λόγον λόγου· καὶ ἐπεὶ τὰ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ κεχαρακτήρισται ἀπὸ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων ἤτοι ἅμα ὑπερεχόντων ἢ ἅμα ἰσουμένων, ἢ ἅμα ἐλλειπόντων· τὰ ἐν μείζονι λόγῳ ὄντα· ἐκεῖνα ἔχειν τὴν ὑπεροχήν. ὅπως δὲ γίνεται ὑπεροχή· αὐτὸς ἐν τῷ πέμπτῳ τῆς καθόλου λόγων στοιχειώσεως ἐν τῷ θεωρήματι τῶν ἀνίσων μεγεθῶν ἐπέδειξεν. Ὁμόλογα μεγέθη λέγεται εἶναι· τὰ μὲν ἡγούμενα, τοῖς ἡγουμένοις· τὰ δὲ ἑπόμενα, τοῖς ἑπομένοις. Λόγος μὲν εἴρηται ὅτι δύο ὁμογενῶν ἐστὶν ἡ πρὸς ἄλληλα σχέσις· ἐπὶ δὲ τῶν μ γ θῶν λέξωμεν ἰδίως, ὅτι λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα ποία σχέσις· ὡς εἶναι καὶ ἐπ' αὐτῶν ἀναλογίαν τὴν τοιούτων λόγων ὁμοιότητα.

Ἀνάπαλιν λόγος ἐστὶν ὁ τοῦ ἑπομένου, πρὸς τὸ ἡγούμενον. Συνθέντι λόγος ἐστὶν λῆψις τοῦ ἡγουμένου, μετὰ τοῦ ἑπομένου ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ ἑπόμενον. τὰ δ' ἄλλα ὁ στοιχειωτὴς ἐν τῷ πέμπτῳ τῆς καθόλου στοιχειώσεως διερίζει. Η ἄπειρος γραμμὴ οὐδὲ πολλαπλασιάσαι δύναται ποτέ: οὐδὲ συγκρίνεσθαι ἕτερον πρὸς ἕτερον. τὰ γὰρ μὴ ὁμογενῆ: οὐ δύναται λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα ποίαν σχέσιν. οἷον γραμμὴ πρὸς γραμμὴν, καὶ ἐπιφάνεια πρὸς ἐπιφάνειαν, καὶ τὰ λοιπὰ ὁμοίως. Τῶν ἀναλογιῶν μὲν, αἱ μὲν εἰσὶ συνεχεῖς: αἱ δὲ διεχεῖς: συνεχεῖς μὲν αἱ συνεχῶς, καὶ ἀδιακόπως ἔχουσαι τὰς σχέσεις: διεχεῖς δ' εἰσὶν: ὅταν μὴ οὕτως ἔχουσιν οἱ λόγοι: ἀλλὰ διῃρημένοι ἀπ' ἀλλήλων: καὶ μὴ ὑπὸ τοῦ μέσου ὅρου συναπτόμενοι ἀλλήλοις. ὁ γὰρ μέσος ὅρος τοῦ μὲν ἡγεῖται: τοῦ δὲ ἕπεται. συνεχὴς ὡς η. δ, ϛ, διεχὴς ὡς ἡ πρὸς δ καὶ γ πρὸς γ λόγος: ἐστὶ διάστημα τὸ μεταξὺ τῶν μεγεθῶν τῶν ἐκκειμένων.

Περὶ συμμέτρων καὶ ἀσυμμέτρων ὁ στοιχειωτὴς ἐν τῷ δεκάτῳ τῆς στοιχειώσεως βιβλίῳ πολλὰ παραδίδωσι.

Τὸ ῥητὸν καὶ ἄλογον μέγεθος, ἑκάτερον οὐκ ἐστὶ τῶν καθ' ἑαυτὰ νοουμένων: ἀλλὰ πρὸς ἕτερον συγκρινομένων. ὅσα γὰρ ἀλλήλοις σύμμετρα: ταῦτα καὶ ῥητὰ πρὸς ἄλληλα λέγεται. οἱ μὲν ἀριθμοὶ σύμμετροι τυγχάνουσιν: ἐπείπερ ἑκάστος αὐτῶν ὑπό τινος ἐλαχίστου μέρους μετρεῖται. ὁμοίως δὲ πῆχυς, καὶ παλαιστής, συμμετρίαν ἔχουσι πρὸς ἀλλήλους. ἑκάτερον γὰρ ὑπὸ ἐλαχίστου μέτρου καταμετρεῖται ὑπὸ δακτύλου. *

* τῶν μέτρων ὄντων μονάδες θέσιν
ἔχοντος αὐτοῦ. ἀπείρου δὲ ἐν τοῖς μεγέθεσιν ὑπαρ-
χόντων, καὶ μηδενὸς ὑφεστηκότος ἐλαχίστου μέτρου. δῆ-
λον ὅτι τοῦ ῥητοῦ μεγέθους, οὐχ ἕν τι ὡρισμένον, ὡς ὁ
δάκτυλος ἐλάχιστον μέτρον: ἀλλ᾽ ἐφ᾽ ἡμῖν ἐστιν ὁ πη-
λίκον ἂν θέλωμεν ἐλάχιστον ὑποθέσθαι μέτρον γνώρι-
μον: ἐν ᾧ ἡ μονάς. πᾶν γὰρ καθ᾽ ἑαυτὸ μέγεθος ὡς ἐλέ-
χθη οὔτε ῥητὸν οὔτε ἄλογον. ὅτι καὶ πᾶσα εὐθεῖα καθ᾽
ἑαυτὴν οὔτε ῥητή, οὔτε ἄλογος ἐστί. συγκρινομένη δὲ
πρὸς ὑποτεθεῖσαν ἐν θέσει μονάδα: ῥητὴ ἢ ἄλογος εὑρί-
σκεται. οὕτως γοῦν τῆς τετραγώνου πλευρᾶς ὑποτεθεί-
σης ῥητῆς: ἡ διάμετρος δυνάμει ῥητὴ εὑρίσκεται: μή-
κει γὰρ ἄλογος εὑρίσκεται: καὶ πάλιν οὖν τῆς διαμέ-
τρου ῥητῆς ὑπαρχούσης: ἡ πλευρὰ δυνάμει ῥητή. ἑκα-
τέρας αὐτῶν καθ᾽ ἑαυτὴν οὔτε ῥητῆς, οὔτε ἀῤῥήτου
τοῦτ᾽ ἐστὶ ἀλόγου ὑπαρχούσης. Οὕτως γοῦν τῶν εὐ-
θειῶν ἐλαχιστόντι μέτρον ὑποθέμενοι εὐθεῖαν μονά-
δων: οἱ ἀπὸ τῶν μαθημάτων ῥητὴν ὀνόμαζον: καὶ τὰς
αὐτῆς συμμέτρους ῥητάς: ὁμοίως δὲ καὶ τὸ ἀπ᾽ αὐτῆς
τετράγωνον ῥητόν: καὶ τὰ τούτῳ χωρία σύμμετρα: ῥη-
τὰ ἐκάλεσαν: καὶ ῥητὸν ὁμοίως, τὸν ἀπ᾽ αὐτῆς κύβον,
καὶ τούτῳ σύμμετρα στερεά. Ἄῤῥητον δ᾽ ἀκουστέον
τοῦτ᾽ ἐστὶν ἄλογον στερεὸν μὲν τὸ ἀσύμμετρον τῷ ἀπὸ
ῥητῆς κύβῳ: ἐπίπεδον δὲ, τὸ ἀσύμμετρον τῷ ἀπὸ τῆς
ῥητῆς τετραγώνῳ. μῆκος δὲ τοῦτ᾽ ἐστὶν εὐθεῖαν ῥητὴν
σύμμετρον. ἐπὶ δὲ τῶν εὐθειῶν διττῆς νουμένοις τῆς
συμμετρίας: μιᾶς μὲν ὅταν αὗται εὐθεῖαι συμμετρῶ-
σι: τὰ δὲ ἀπ᾽ αὐτῶν χωρία σύμμετρα ἀλλήλοις: ἑτέρας

δε, ὅταν καὶ τὰ αὐτὰ χωρία ἀσύμμετρα ἀλλήλοις εἴη. Διττὴ καὶ ἡ πρὸς τὴν ῥητὴν διαφορὰ κατὰ τοὺς παλαιοὺς ὑπῆρχε. αἱ μὲν γὰρ λέγονται δυνάμει ῥηταὶ, αἱ δὲ ἄλογοι· αἱ δὲ λοιπαὶ μήκει· δυνάμει μὲν εἰσὶν ῥηταὶ, ὡς προείπομεν ὅσαι μὲν εἰσὶν αὗται ἀσύμμετροι τῇ ῥητῇ· τὰ δὲ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα σύμμετρα τῷ ἀπὸ ῥητῆς τετραγώνῳ· μήκει δὲ, ὅταν τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα ἢ ἐν τετραγώνοις ἀριθμοῖς ἢ τὰς πλευρὰς ἔχει συμμέτρους τῇ ῥητῇ μήκει. καὶ καθόλου καλεῖται ἡ τῇ ῥητῇ σύμμετρος ῥητὴ εἴτε μήκει, εἴτε δυνάμει μόνον. Ὁρίζονται γε τὴν ῥητὴν καὶ οὕτως. ῥητὴ ἡ διὰ ἀριθμῶν γνωρίμη· οὐκ ἐστὶ δὲ ῥητῆς ὅρος οὗτος· ἀλλὰ συμβεβηκὸς αὐτῇ. ὅταν γὰρ λόγου χάριν ἐκτιθῶσι ῥητὰς· ἀπὸ τῆς πήχεως ῥητῆς· εἴδαμεν ἑκάστην ποσῶν ἐστὶ παλαιστῶν ἢ δακτύλων· πόθεν, ἐκ τῶν συμβεβηκότων λέγομεν ῥητὴν· διὰ ἀριθμῶν γνωρίμην. διαφέρει δὲ ῥητὴ δοθείσης. τῷ τὴν μὲν ῥητὴν δοθεῖσαν εἶναι πάντως. τὴν δοθεῖσαν δὲ οὐκ ἐξ ἀνάγκης ῥητὴν, ἡ μὲν ῥητὴ καὶ πηλικότητι καὶ ποιότητι γνωρίμη ἐστὶν, ἡ δὲ δοθεῖσα πηλικότητι, καὶ μεγέθει μόνον· καὶ γὰρ εἰσί τινες ἄλογοι δεδόμεναι.

Ἀπὸ τῆς προτεθείσης εὐθείας τετράγωνον ῥητὸν λέγει ὁ Εὐκλείδης, προτεθεῖσα δὲ εὐθεῖα καλεῖται, ἥτις ἀρχὴ μέτρων καὶ οἷον κανὼν εἰς ἐκμέτρησιν ἡμῖν μηκῶν καθ' ὑπόθεσιν εἴληπται. οἷον εἴ τις προτείνει ποσὸν εἶναι τὸ μεταξὺ διάστημα ὑποκειμένων τινῶν σημείων οὐδὲν ἂν οὐ δεόντως πυνθάνοι τὸ ποσῶν ἐστὶ ποδῶν ἢ πηχῶν· ἀναγκαῖον ἂν δέοι πηχὸς καὶ ποδὸς αὐτῶν ἡμᾶς παρὰ τοῦ παρέχοντος πηλικότητος· καὶ

ἐκεῖ

φαίνῃ χρωμένους τῇ προτεθείσῃ καὶ ῥητῇ εὐθείᾳ· τὸ προτεθὲν διάστημα ἐξετάζωμεν· εἰ ἐστὶν ὅλως ῥητῷ μέτρον.

Τῶν δὲ ἐν τοῖς μεγέθεσι τῶν μετρήσεων, καταμετροῦντα τὰ ὅλα, ἐστὶ τάδε. Δάκτυλος, παλαιστὴ, σπιθαμὴ, πούς, πῆχυς, βῆμα, ὀργυιά· πάντων δὲ ἐλαχιστότερον ἐστὶ δάκτυλος. Διαιρεῖται δὲ καὶ εἰς μέρη ἔσθ᾽ ὅτε μὲν γὰρ καὶ ἥμισυ, καὶ τρίτα καὶ λοιπὰ μόρια. Εἰσὶ δὲ καὶ ἕτερα μέτρα ἐπινενοημένα τισὶ τάδε. πᾶσσον, ἄκαινα, πλέθρον, Ἰούγερον, στάδιον, μίλιον, σχοῖνος, σχοῖνος περσική, καὶ σχοῖνος ἑλληνική, καὶ λοιπά.

ΤΑ ΤΗΣ ΓΕΩΔΑΙΣΙΑΣ ὀνόματα.

ΝΥΝ δὲ διὰ βραχέων εἴπωμεν τι περὶ τῶν γεωμετρουμένων· ταῦτα γὰρ τούτοις οἰκεῖα, καὶ προσήκοντα ταύτῃ τῇ πραγματείᾳ. Καὶ πρῶτον μὲν ἐπεὶ εἴρηται περὶ τῆς διαφορᾶς τῆς τε γεωμετρίας καὶ τῆς γεωδαισίας. ἰστέον ὅτι ἡ ἐπίπεδος γεωμετρία ἤτοι γεωδαισία συνέστηκεν, ἔκ τε κλιμάτων, καὶ σκοπέλων, καὶ γραμμῶν, καὶ γωνιῶν· ἐπιδέχεται δὲ γένη, εἴδη, καὶ θεωρήματα. Αἱ τοίνυν γραμμαὶ πρὸς τὴν τοπικὴν μεταλαμβανόμεναι θέσιν, κλίματα καὶ ἀέρες καλοῦνται, καὶ ἐστὶ τέσσαρα κλίματα. ἀνατολὴ, δύσις, ἄρκτος καὶ μεσημβρία, καὶ κλίματα μὲν οὖν ὀνομάζονται ὡς ἀπὸ τῶν οἰκουμενικῶν κλιμάτων· ἀνατολῆς, δύσεως, ἄρκτου, καὶ μεσημβρίας, ἐπεὶ καὶ τῶν μερικῶν χωραφίων

φίων

φίων αἱ πλευραί: τοῖς τοιούτοις κλίμασιν ὑποπίπτουσιν. ἀέρες δέ, ὡς ἀπὸ τῶν ἀφορμωμένων κλιμάτων τούτων ἀνέμων: τουτ' ἐστὶν ἀπηλιώτου, ζεφύρου, βοῤῥᾶ καὶ νότου. ἔξεστι μὲν οὖν καὶ τὰς τέσσαρας τοῦ χωρίου πλευρὰς, καὶ ἀπὸ τῶν κλιμάτων, καὶ ἀπὸ τῶν ἀέρων κατονομάζειν. ἐκράτησε δὲ ὅμως παρὰ τῇ συνηθείᾳ, τὴν μὲν ἀνατολικὴν, καὶ δυτικὴν, τοῦ χωραφίου πλευρὰν ἐκ τῶν κλιμάτων ὀνομάζεσθαι: ἐκ τῶν ἀέρων δὲ τὰς λοιπὰς δύο. τὴν μὲν γὰρ ἀρκτῴαν πλευρὰν: βορέαν φαμέν: τὴν δὲ μεσημβρινὴν, νοτίαν. διότι εἰσὶ οὗτοι οἱ ἄνεμοι, ὁ βοῤῥᾶς, καὶ ὁ νότος, παρὰ πᾶσι γνώριμοι: ἀπηλιώτης δὲ καὶ ζέφυρος οὐκ ὡσαύτως καταδῆλοι: οὕτω καὶ ἐπὶ τῶν κλιμάτων. Ανατολὴ γὰρ καὶ δύσις φανεραὶ πᾶσιν, ὅθεν καὶ ἀπὸ τούτων, οὐκ ἀπὸ τῶν ἀέρων, αἱ πλευραὶ αὗται φανεραὶ γίνονται: οὐ μέντοι καὶ τὸ ἀρκτῷον, καὶ τὸ μεσημβρινόν: ὡς ὡσαύτως τοῖς πολλοῖς γνώριμα: ἀλλ' ἀπὸ τῶν ἀέρων ὡς ἔφαμεν. ταῦτα μὲν οὕτως.

Σκόπελος δέ ἐστιν: ὃ δή ἐστι τὸ λαμβανόμενον σημεῖον. ἴσμεν γὰρ, ὅτι ἐν τοῖς γεωμετρουμένοις: ἀντὶ σημείου, λαμβάνομεν σκόλοπα τουτ' ἐστὶν τὸ σημεῖον, ἀφ' οὗ μετρεῖν ἀρχόμεθα. εἰ τοίνυν τὸ ξύλον τὸ ἐμπηγνύμενον: ἐφ' οὗ δέδεται τὸ σωκάριον: ἤτοι τὸ σχοινίον τὸ δεκαόργυιον: ἀντὶ δὲ γραμμῆς, αὐτὸ τὸ σωκάριον: ἀντὶ δὲ ἐπιφανείας, τὸ ἐπίπεδον: ἤτοι τὸ τοῦ χωρίου ἐμβαδόν. ἀλλ' ὁ μὲν σκόλοψ, ἀνυποδιαίρετός ἐστιν: ὥσπερ καὶ τὸ σημεῖον φύσει ἓν ἀμερές. τίνες δὲ τοῦτο καὶ σκόπελον ὀνομάζουσιν: ἐν γὰρ ταῖς τῶν χωραφίων

ἀρχαῖς

ἀρχαῖς· εἰώθαμεν πέτρας, ὀξείας, ἢ τάφρους ἢ λαύρας τιθέναι ὡς σαύρα.

Γραμμαὶ δ' εἰσὶ δέκα. Εὐθεῖα, παράλληλος, βάσις, κορυφή, σκέλη, διαγώνιος, κάθετος, ἢ καὶ πρὸς ὀρθὰς καλουμένη, ὑποτείνουσα, περίμετρος, διάμετρος. Εὐθεῖα μὲν οὖν ἐστὶ γραμμή, καθ' εὐθεῖαν οὖσα.

Παράλληλος δέ, ἑτέρα εὐθεῖα, παρακειμένη τῇ εὐθείᾳ· ἔχουσα ἐν ἄκροις διαστήματα πρὸς ὀρθὰς γωνίας ἀλλήλοις ὄντα. Βάσις δὲ εὐθεῖα γραμμὴ τεθεῖσα, ἐπιδεχομένη ἑτέραν εὐθεῖαν. Κορυφὴ δ' ἐστίν, ἡ ἐπὶ τῇ βάσει ἐπιτιθεμένη εὐθεῖα. Σκέλη δέ, αἱ ἀπὸ τῶν ἄκρων τῆς κορυφῆς, ἐπὶ τὰ ἄκρα τῆς βάσεως τεταμέναι εὐθεῖαι. Διαγώνιος δὲ ἡ ἐν τοῖς τετραγώνοις τραπεζίοις, καὶ τοῖς τοιούτοις ἀπὸ γωνίας, ἐπὶ γωνίαν ἀγομένη εὐθεῖα. Κάθετος δὲ ἡ καὶ πρὸς ὀρθὰς καλουμένη, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς, ἐπὶ τὴν βάσιν καθιεμένη εὐθεῖα· ἔχουσα τὰς δύο γωνίας ἀλλήλοις ἴσας. Ὑποτείνουσα δὲ ἡ ὑπὸ τὴν ὀρθὴν τείνουσα γωνίαν. Περίμετρος δὲ ἡ κέντρου δοθέντος, καὶ διαστήματος, περιφερομένη γραμμή· ἔχουσα τὰς ἀπὸ τοῦ κέντρου, εἰς αὐτὴν ἀγομένας εὐθείας ἴσας. Διάμετρος δὲ εὐθεῖα ἡ τμηθεῖσα διὰ τοῦ κέντρου τὴν περίμετρον εἰς δύο τμήματα ἴσα.

Γωνίαι δέ εἰσι τρεῖς, ὀρθή, ἀμβλεῖα, καὶ ὀξεῖα, ὀρθὴ μὲν οὖν ἐστὶ γωνία, ἥτις εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας, ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ· τότε εἰσὶν αἱ δύο ἴσαι γωνίαι, ὀρθαί. ὅταν δὲ ἡ μὲν μείζων, ἡ δ' ἐλάττων, τότε ἡ μὲν μείζων τουτ' ἐστὶν ἡ πλατυτέρα καλεῖται

ἀμβλεῖα· ἡ δ' ἐλάττων ἤτοι ἡ στενωτέρα, ὀξεῖα.

Γένη δὲ τῆς μετρήσεως ἐστὶ τρία. Εὐθυμετρικὸν, Ἐμβαδομετρικὸν, καὶ Στερεομετρικόν. Εὐθυμετρικὸν μὲν οὖν ἐστὶ πᾶν τὸ καθ' εὐθεῖαν μετρούμενον· ὃ μόνον μῆκος ἔχει· ὃ δὴ καὶ ἀριθμὸς καλεῖται. Ἐμβαδομετρικὸν δὲ τὸ ἔχον μῆκος καὶ πλάτος· ἐξ οὗ καὶ τὸ ἐμβαδὸν γινώσκεται· ὃ δὴ καὶ δύναμις καλεῖται. Στερεομετρικὸν ἢ τὸ ἔχον μῆκος, καὶ πλάτος, καὶ πάχος· ἐξ οὗ καὶ τὸ στερεὸν γινώσκεται· ὃ δὴ καὶ κύβος καλεῖται.

Τὰ δὲ τῶν σχημάτων εἴδη ὄντα τῆς μετρήσεως, ἐστὶ ταῦτα. τὰ μὲν γάρ ἐστιν εὐθύγραμμα, τὰ δὲ περιφερόγραμμα, τὰ δὲ εὐθυπεριφερόγραμμα. καὶ εὐθύγραμμα μέν ἐστιν, τρίγωνον, τετράγωνον, ῥόμβος, ῥομβοειδὲς, ἑτερομηκὲς, προμηκὲς τραπέζια τέσσαρα πεντάγωνον, ἑξάγωνον, καὶ ἐφεξῆς ἕως πέντε καὶ δεκαγώνου. Περιφερόγραμμα δὲ κύκλος καὶ μηνίσκος. Εὐθυπεριφερόγραμμα δὲ ἡμικύκλιον, τμῆμα κύκλου μεῖζον ἡμικυκλίου, καὶ τμῆμα κύκλου ἔλαττον ἡμικυκλίου.

Ἔχουσι δὲ καὶ θεωρήματα δεκαοκτώ. Τριγώνων μὲν θεωρήματα ἕξ. τὰ γὰρ τρίγωνα πότε μὲν ὀνομάζονται ἀπὸ τῶν πλευρῶν· πότε δὲ ἀπὸ τῶν γωνιῶν, ἀπὸ μὲν τῶν πλευρῶν· ἰσόπλευρον, ἰσοσκελὲς, καὶ σκαληνόν. ἀπὸ δὲ τῶν γωνιῶν, ὀρθογώνιον, ὀξυγώνιον, καὶ ἀμβλυγώνιον. Τετραγώνων θεωρήματα δύο. τετράγωνον ἰσόπλευρον ὀρθογώνιον· καὶ τετράγωνον παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον. Ῥόμβων θεωρήματα δύο. ῥόμβος καὶ ῥομβοειδές. Τραπεζίων θεωρήματα

τέσσα-

τέσσαρα. τραπέζιον ὀρθογώνιον, τραπέζιον ὀξυγώνιον, τραπέζιον ἀμβλυγώνιον, τραπέζιον ἰσοσκελές. Κύκλων δὲ θεωρήματα τέσσαρα. Κύκλος, Ὕψος ἤτοι ἐπικύκλιον, τμῆμα μεῖζον ἡμικυκλίου, καὶ τμῆμα ἔλαττον ἡμικυκλίου. Καὶ ταῦτα μὲν οὖν τὰ εἴδη, καὶ θεωρήματα ὅσον ἐπὶ τῶν ἐμβαδομετρικῶν: ἐπὶ δὲ τῶν στερεῶν: προστιθεμένου ἑκάστῃ μετρήσει καὶ τοῦ πάχους ἐξαίρετα εὑρήσεις τὰ θεωρήματα ἐπὶ τῶν στερεῶν: καὶ εἰσὶ δέκα οὕτως. Σφαῖρα, Κῶνος, Ὀβελίσκος, Κύλινδρος, Κύβος, Σφήνισκος, Μείουρος, Κίων, Πλινθὺς, Πύραμις.

Εἴδη μὲν οὖν σχημάτων γεωμετρικῶν τοσαῦτα: καὶ οὐκ ἔστι παρὰ ταῦτα ἕτερον ἁπλοῦν ἐπίπεδον σχῆμα. ἁπλοῦν εἶπον διὰ τὰ σύνθετα. σύνθετα γὰρ εἰσὶν ἐκ τούτων διάφορα, καὶ οὐκ εὐαρίθμητα. ἐπίπεδον δ᾽ εἶπον, διὰ τὰ στερεά. ἐπείπερ ἐστὶ καὶ τῶν στερεῶν καταμέτρησις. οἷον φρέατος, καὶ κιστέρνους, καὶ τῶν τοιούτων. σχῆμα δ᾽ ὅλως εἶπον διὰ τὰ γραμμικά. ἐπείπερ ἰδία τούτων ἡ θεωρία, καὶ ἡ τῶν ὕψων τεχνικὴ καταμέτρησις.

Πρὸ δὲ τῆς θεωρίας, καὶ τῆς καταμετρήσεως: αἴτια μετά τινα καὶ λήμματα ἢ καὶ ὅρους προλαμβάνομεν: καὶ αἰτιάματα μὲν εἰσίν. οἷον τὸ εἶναι τὸν γεωμετρικὸν μόδιον, τεσσαρακοντὰ λιτρόν: καὶ τὴν λύτραν ἔχειν ὀργυίας πέντε. τὴν δὲ ὀργυίαν ἤτοι τὸν γεωμετρικὸν κάλαμον, σπιθαμὰς κοινὰς ἔνδεκα. ἤτοι παλαιστὰς εἰκοσιεπτά, καὶ κόνδυλον. παλαιστὴ δ᾽ ἐστὶν ὁ χόνδος. χόνδος δ᾽ ἐστὶν τῶν τεσσάρων δακτύλων συνεσφι-

μέσον ἀποστενούμεναι ἀνωθεν: κῶνοι γίνονται. αἱ δὲ εἰς ἑαυτὰς συστραφεῖσαι, εἰς σφαίρας ἀποτερμοῦνται.

Οὐ μὴν ἀλλὰ καὶ τῷ παντὶ τὴν τούτων ἀναλογίαν ἀνέθεσαν. τῷ πυρὶ μὲν ἀνάλογον τὴν πυραμίδα: διὰ τὴν ἀνωφερείαν φάμενοι. τῷ δὲ ἀέρι τὸ ὀκτάεδρον διὰ τὸ ὧδε κακεῖσε τοῦ ὀκταέδρου ἀποστάσιν ἔχειν. τῷ ὕδατι δὲ τὸ εἰκοσάεδρον, ὡς πολυῤῥεπὲς, καὶ πολλαχοῦ ταῖς γωνίαις οἷον διαχεόμενον. τῇ δὲ γῇ τὸν κύβον, ὡς βασιμώτατον. τῇ σφαίρᾳ δὲ τὸ δωδεκαέδρον, ὡς ἐκ πενταγώνων περιεχόμενον: πολυγωνιωτέρων τῶν ἄλλων: καὶ διὰ τοῦτο πολυχωρητοτέρων, καὶ ὄντων τῷ σφαιρικῷ πρὸς οἰκείωσιν.

Ἀπὸ δὲ ἰσοπλεύρων ἴσωντε καὶ ἰσογωνίων ἐπιπέδων σχημάτων, τὰ πέντε ταῦτα στερεὰ περιέχεται σχήματα: καὶ παρὰ τὰ εἰρημένα πέντε σχήματα: οὐκ ἔστιν ἕτερον σχῆμα στερεὸν συστήσασθαι ὑπὸ ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων ἀλλήλοις ἐπιπέδων περιεχόμενον.

ΤΑ ΠΑΘΗ ΤΩΝ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Ἐφάπτεται δὲ γραμμὴ γραμμῆς, καὶ ἐπιφανείας, καὶ στερεοῦ, κατὰ στιγμὴν, καὶ κατὰ γραμμὴν. στιγμὴ δὲ στιγμῆς ἁψαμένη: μία γίνεται. γραμμὴ δὲ γραμμῆς ἁψαμένη: ὅλη ὅλης: ὁμοίως μία γίνεται. Εὐθεῖα δὲ κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται: ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου, καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ μηδέτερα τὰ μέρη, τέμνει τὸν κύκλον.

Κύκλοι δὲ ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται: οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων, οὐ τέμνουσι ἀλλήλους. Εὐθεῖα δὲ πρὸς ἐπίπεδον ὀρθή ἐστιν, ὅταν πρὸς πάσας τὰς ἁπτομένας αὐτῆς ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ὀρθὰς ποιεῖ τὰς γωνίας. Ἐπίπεδον δὲ πρὸς ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστιν: ὅταν αἱ τῇ κοινῇ αὐτῶν τομῇ, πρὸς ὀρθὰς ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων ἀγόμεναι εὐθεῖαι: καὶ τῷ λοιπῷ πρὸς ὀρθὰς ὦσιν. Ἐπίπεδα δὲ παράλληλα ἐστὶ τὰ ἀσύμπτωτα.

Διάφοροι μὲν καὶ ἐν στερεοῖς, καὶ ἐν ἐπιπέδοις ἤδη δὲ καὶ ἐν γραμμαῖς, ὁμοιότης καὶ ἰσότης: οὕτω γοῦν καὶ ἐν τῷ ἕκτῳ τῶν τοῦ Εὐκλείδου στοιχείων. Δύο δοθέντων εὐθυγράμμων, ᾧ μὲν ὅμοιον, ᾧ δὲ ἴσον συστήσασθαι πρόκειται: κἀκεῖ μέσον ἀνάλογον εὑρόντες: διὰ ταύτης κατασκευάζομεν τὸ προβληθέν· ἐπὶ δὲ τῶν στερεῶν διὰ δύο μεσοτήτων. Νυνὶ δὲ καθόλου λέγωμεν περὶ μὲν ἴσων ὅτι ἴσαι γραμμαὶ εἰσὶν, καὶ ἐπιφάνειαι καὶ στερεὰ: ὅσα ἁρμόττει ὅλοις, ἢ κατὰ γένος, ἢ κατὰ σχηματισμόν. Λέγεται δὲ ἴσον, καὶ τὸ ἰσοπερίμετρον τῇ περιοχῇ, καὶ τὸ ἴσον ταῖς γραμμαῖς. ὥστε καὶ τῷ ἐμβαδῷ: Ἴσαι δὲ γωνίαι εἰσὶν αἱ ἐφαρμόζουσαι ὅλαι ὅλοις, ἐν τοῖς ἐπιπέδοις, ἢ ἐν τοῖς στερεοῖς, κατὰ τὴν αὐτὴν συναγωγήν, ἢ κατὰ γένος, ἢ κατὰ σχηματισμόν. Ἴσοι δὲ κύκλοι εἰσὶν, ὧν αἱ διάμετροι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν: ἀπὸ γὰρ τῶν αὐτῶν διαμέτρων οὐκ ἔστιν ἕτερον καὶ ἕτερον κύκλον ἐπινοῆσαι. Δοθείσης δὲ τῆς διαμέτρου: δέδοται καὶ ὁ κύκλος τῷ μεγέθει. Ἴσον δὲ ἀπέχειν τὰς εὐθείας λέγεται τοῦ κέντρου: ὅταν ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσιν. Μεῖζον δὲ

ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει. Ἴσα δὲ καὶ ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστι· τὰ ὑπὸ ἴσων ἐπιπέδων περιεχόμενα, καὶ ὁμοίων κειμένων, ἴσων τὸ πλῆθος καὶ τὸ μέγεθος.

Ὅμοιά ἐστι σχήματα εὐθύγραμμα· τὰ ἔχοντα κατὰ μίαν τὰς γωνίας ἴσας. καὶ ἄλλως. ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν· καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον. Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ἐν οἷς ἐν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι εἰσίν. Ὅμοια τμήματα κύκλων ἐστί, τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας. ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι εἰσί. Παραπλησίως γε καὶ τμήματα σφαιρῶν, ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα καὶ ὁμοίως κειμένων. Πᾶς δὲ κύκλος παντὶ κύκλῳ ὅμοιός ἐστι τῷ εἴδει. μία γὰρ ἡ γένεσις τοῦ κύκλου, καὶ ἓν τὸ εἶδος· τῶν δὲ τμημάτων, οὐκ ἔστι μία αὐτὴ ὁμοιότης. ἀλλ' ὅσα μὲν ἔχει τὴν ὁμοίαν κλίσιν· τουτέστι τὰς ἐν αὐτοῖς γωνίας ἀλλήλαις ἴσας· ταῦτα καλεῖται ὅμοια· οὐχ ὅμοια δὲ τὰ μὴ οὕτως ἔχοντα· παραπλησίως δ' ἔχει καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἐπιπέδων τε καὶ στερεῶν σχημάτων.

Μέγεθός ἐστι τὸ αὐξανόμενον, καὶ τὸ τεμνόμενον εἰς ἄπειρον· εἴδη δ' αὐτοῦ τρία γραμμή, ἐπιφάνεια, στερεόν. ἄπειρον δ' ἐστὶ μέγεθος, οὗ μεῖζον οὐδὲν νοεῖται καθ' ὑπόστασιν ἡλικηνοῦν δήποτε· ὥστε μηδὲν εἶναι αὐτοῦ πέρας. Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους τὸ ἔλαττον τοῦ μείζονος· ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον. εἴρηται δὲ τὸ μέρος νῦν, οὔτι ὡς κόσμου μέρος ἡ γῆ, οὔτε ὡς ἀνθρώπου κεφαλή· ἀλλὰ μὲν οὐδὲ ὡς τῆς πρὸς

ὀρθὰς τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, λέγωμεν μέρος εἶναι τὴν ἐκτὸς τοῦ ἡμικυκλίου λαμβανομένην γωνίαν ὑπὸ τῆς πρὸς ὀρθάς. ἀδύνατον γάρ ἐστιν ὑπὸ ταύτης τῆς γωνίας ἢ τῆς κερατοειδοῦς καλεῖται καταμετρηθῆναι τὴν ὀρθήν, πάσης γωνίας εὐθυγράμμου ἐλάττονος οὔσης τῆς κερατοειδοῦς. Μᾶλλον οὖν τὸ ἐν μεγέθει μέρος ἐπὶ τῶν ὁμοιογενῶν ληπτέον· καὶ οὕτως ἐροῦμεν τὸ ἐν μεγέθεσι μέρος, ὡς τὴν τοῦ τρίτου ὀρθῆς γωνίαν λέγωμεν τῆς ὀρθῆς μέρος εἶναι. Τὸ γὰρ σοφισμάτιον ἐκεῖνο παραλειπτέον τὸ λεγόμενον ὅτι εἰ τὸ μέρος ἐστὶ τὸ καταμετροῦν· καὶ τὸ καταμετροῦν ἐστὶ μέρος· καταμετρεῖται δὲ τὸ στερεὸν ὑπὸ ποδιαίας εὐθείας. μέρος ἄρα ἡ ποδιαία εὐθεῖα τοῦ στερεοῦ, καὶ στερεόν ἐστι ἡ ποδιαία εὐθεῖα. ὅπερ ἄτοπον. ποδιαία εὐθεῖα τὸ μῆκος καταμετρεῖ τοῦ στερεοῦ, καὶ τὸ βάθος, καὶ τὸ πλάτος ὅπερ εἰσὶν ὁμοιογενῆ αὐτῇ τῇ εὐθείᾳ· οὐ μὴν τὸ στερεόν. Πολλαπλάσιον ἐστὶ τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάττονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

Τί μέρος μὲν οὖν ἐστι καὶ λόγος, καὶ τίνα ὁμογενῆ ἅμα καὶ τί ἀναλογία εἴρηται μὲν ἀκριβέστερον ἐν τοῖς πρὸ τῆς ἀριθμητικῆς στοιχειώσεως. νῦν δὲ λέγομεν· ὅτι ὡς ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμογενῶν ἡ ἀναλογία ἐφαρμόζει· οὕτω καὶ ἐπὶ τῶν ἐν τοῖς μεγέθεσιν ὁμοιογενῶν. Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα τὰ μεγέθη λέγεται· ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν. πρὸς δὲ οὕτως ἀντιθέτους τῷ ὅρῳ τούτῳ· καὶ λέγοντας· ὅτι μόνα λόγον ἔχει πρὸς ἄλληλα, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν. οὐδὲν δὲ οὕτως ὁμογενές, ὡς σω-

μεῖον σημείου· ἆρα ὅτι πολλαπλασιαζόμενον τὸ σημεῖον, ὑπερέξει τοῦ σημείου. πρὸς δὲ τούτους ῥητέον, ὅτι τὸν κατὰ μέγεθος πολλαπλασιασμὸν οὐκ ἐπιδέχεται τὸ σημεῖον. ὃ γὰρ ἀτσυντεῖ μεγέθους· τοῦτο ἀτσυντεῖ καὶ τοῦ κατὰ μέγεθος πολλαπλασιασθῆναι. μόνως δὲ ἐπιδέξεται πολλαπλασιασμὸν κατ᾽ ἀριθμὸν οὕτως. ἐπειδὴ ἐν τῇ εὐθείᾳ ἄπειρά ἐστι σημεῖα, τὰ τοσάδε τοσῶνδε ἐστὶ πολλαπλάσια· ὅλως τινὲς περὶ μεγέθους διαλέγονται τοῦ, ἔχοντές τινα διάστασιν. τοῦ στοιχειωτοῦ ἄντικρυς· τὸ μὲν σημεῖον ἀμερές· λόγον δὲ ἔχειν πρὸς ἄλληλα τὰ μεγέθη εἴποντος. Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγονται πρῶτον πρὸς δεύτερον· καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον· ὅταν τοῦ πρώτου καὶ τοῦ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἄλλων ὡς ἔτυχεν ἰσάκις πολλαπλασίων ἢ ἅμα ὑπερέχῃ. ἢ ἅμα ἐλλείπῃ· ἢ ἅμα ἴσα ᾖ ληφθέντα κατ᾽ ἄλληλα· τὰ δὲ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα ἀνάλογον καλείσθω. Ἀναλογία δ᾽ ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις ἐστίν. ἐνταῦθα ὅρων λαμβανομένων ἤτοι τῶν μεγεθῶν, ἤτοι τῶν ἐπικειμένων αὐτοῖς ἀριθμῶν. ὡς γὰρ κύκλου ὅρος ἐστὶν ἡ περιφέρεια, καὶ τριγώνου αἱ πλευραί· οὕτω τοῦ θ πρὸς τὸν ϛ λόγου· ὅροι εἰσὶν οἱ αὐτοὶ ἀριθμοί. Ὅταν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται· ἢ πρὸς τὸ δεύτερον φησὶ γοῦν Ἐρατοσθένης, ὅτι ὥσπερ ἐπὶ τῶν διαστημάτων ἴσων καὶ κατ᾽ εὐθεῖαν κειμένων, τὰ διαστήματα διπλασιάζεται· οὕτως καὶ ἐπὶ τῶν λόγων, ὡσανεὶ κατ᾽ εὐθεῖαν κειμένων, τὸ α πρὸς τὸ γ, διπλασίονα λόγον ἔχει ὅπερ πρὸς τὸ δεύτερον

στον. τὰ γὰρ θ τῶν ς ἀφέστηκεν ἡμιολίῳ καὶ τὰ ς τῶν
δ τῷ αὐτῷ ἡμιολίῳ. τὰ ἄρα θ τῶν δ ἀφέστηκεν δυσὶν
ἡμιολίοις. καὶ γὰρ αἱ ὑπεροχαὶ αἱ δύο, τῇ μιᾷ εἰσὶν
αὐταί. οἷον ὡς ἐπὶ τῶν θ. καὶ τῶν δ. ὑπερέχει δὲ καὶ ὁ
θ τοῦ ς τοῖς τρισίν: ὑπερέχει δὲ καὶ ὁ ς τῶν δ τοῖς δυ-
σίν. τὰ δὲ τρία καὶ τὰ β συντιθέντα ποιεῖ τὸν πέντε.
ὅς ἐστι τῆς θ καὶ δ ὑπεροχή. Ὥσπερ δὲ ἀπὸ τῶν μειζόνων
ἐπὶ τούτους ἐλάττονας αἱ ὑπεροχαὶ ποιοῦσι διπλασίους
λόγους καὶ τριπλασίους: οὕτως ἀπὸ τῶν ἐλαττόνων αἱ
ἐλλείψεις. Ὅταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων, τὸ μὲν
τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον: ὑπερέχει τοῦ τοῦ δευτέρου
πολλαπλασίου, τότε τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον, μεί-
ζονα λόγον ἔχειν λέγεται ἢ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.
Ἐν δὲ ταύτῃ τῇ ὑπογραφῇ τοῦ ὅρου βεβούληται ὁ Εὐκλεί-
δης εἰς ὑπόνοιαν ἡμᾶς ἀγαγεῖν καὶ παραστῆσαι ἐν τρι-
σὶν εὑρίσκεσθαι δεῖ: μείζονα λόγον λόγου. καὶ ἐπεὶ τὰ ἐν
τῷ αὐτῷ λόγῳ κεχαρακτήρισται ἀπὸ τῶν ἰσάκις πολλα-
πλασίων ἤτοι ἅμα ὑπερεχόντων ἢ ἅμα ἰσουμένων,
ἢ ἅμα ἐλλειπόντων: τὰ ἐν μείζονι λόγῳ ὄντα: ἐκεῖνα ἔ-
χειν τὴν ὑπεροχήν. ὅπως δὲ γίνεται ὑπεροχή: αὐτὸς
ἐν τῷ πέμπτῳ τῆς καθόλου λόγων στοιχειώσεως ἐν τῷ
θεωρήματι τῶν ἀνίσων μεγεθῶν ἐπέδειξεν. Ὁμόλογα
μεγέθη λέγεται εἶναι: τὰ μὲν ἡγούμενα, τοῖς ἡγουμέ-
νοις: τὰ δὲ ἑπόμενα, τοῖς ἑπομένοις. Λόγος μὲν εἴρηται
ὅτι δύο ὁμογενῶν ἐστὶν ἡ πρὸς ἄλληλα σχέσις: ἐπὶ δὲ τῶν
μ γ θῶν λέξωμεν ἰδίως, ὅτι λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁ-
μογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα ποία σχέσις: ὡς εἶναι καὶ
ἐπ' αὐτῶν ἀναλογίαν τὴν τοιούτων λόγων ὁμοιότητα.

Ἀνάπαλιν λόγος ἐστὶν ὁ τοῦ ἑπομένου, πρὸς τὸ ἡγούμενον. Συνθέντι λόγος ἐστὶν λῆψις τοῦ ἡγουμένου, μετὰ τοῦ ἑπομένου ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ ἑπόμενον. τὰ δ' ἄλλα ὁ στοιχειωτὴς ἐν τῷ πέμπτῳ τῆς καθόλου στοιχειώσεως διερίζει. Η ἄπειρος γραμμὴ οὐδὲ πολλαπλασιάσαι δύναται ποτέ· οὐδὲ συγκρίνεσθαι ἕτερον πρὸς ἕτερον. τὰ γὰρ μὴ ὁμογενῆ· οὐ δύναται λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα ποίαν σχέσιν. οἷον γραμμὴ πρὸς γραμμὴν, καὶ ἐπιφάνεια πρὸς ἐπιφάνειαν, καὶ τὰ λοιπὰ ὁμοίως. Τῶν ἀναλογιῶν μὲν, αἱ μὲν εἰσὶ συνεχεῖς· αἱ δὲ διεχεῖς· συνεχεῖς μὲν αἱ συνεχῶς, καὶ ἀδιακόπως ἔχουσαι τὰς σχέσεις· διεχεῖς δ' εἰσίν· ὅταν μὴ οὕτως ἔχουσιν οἱ λόγοι· ἀλλὰ διῃρημένοι ἀπ' ἀλλήλων· καὶ μὴ ὑπὸ τοῦ μέσου ὅρου συναπτόμενοι ἀλλήλοις. ὁ γὰρ μέσος ὅρος τοῦ μὲν ἡγεῖται· τοῦ δὲ ἕπεται. συνεχὴς ὡς η, δ, β, διεχὴς ὡς η πρὸς δ καὶ ϛ πρὸς γ λόγος· ἐστὶ διάστημα τὸ μεταξὺ τῶν μεγεθῶν τῶν ἐκκειμένων.

Περὶ συμμέτρων καὶ ἀσυμμέτρων ὁ στοιχειωτὴς ἐν τῷ δεκάτῳ τῆς στοιχειώσεως βιβλίῳ πολλὰ παραδίδωσι.

Τὸ ῥητὸν καὶ ἄλογον μέγεθος, ἑκάτερον οὐκ ἐστὶ τῶν καθ' ἑαυτὰ νοουμένων· ἀλλὰ πρὸς ἕτερον συγκρινομένων. ὅσα γὰρ ἀλλήλοις σύμμετρα· ταῦτα καὶ ῥητὰ πρὸς ἄλληλα λέγεται. οἱ μὲν ἀριθμοὶ σύμμετροι τυγχάνουσιν· ἐπείπερ ἕκαστος αὐτῶν ὑπό τινος ἐλαχίστου μέρους μετρεῖται. ὁμοίως δὲ πῆχυς, καὶ παλαιστὴς, συμμετρίαν ἔχουσι πρὸς ἀλλήλους. ἑκάτερον γὰρ ὑπὸ ἐλαχίστου μέτρου καταμετρεῖται ὑπὸ δακτύλου. *

τῶν

* τῶν μέτρων ὄντων μονάδες θέσιν ἔχοντες αὐτοῦ. ἀπείρου δὲ ἐν τοῖς μεγέθεσιν ὑπαρχόντων, καὶ μηδενὸς ὑφεστηκότος ἐλαχίστου μέτρου. δῆλον ὅτι τοῦ ῥητοῦ μεγέθους, οὐχ ἕν τι ὡρισμένον, ὡς ὁ δάκτυλος ἐλάχιστον μέτρον: ἀλλ᾽ ἐφ᾽ ἡμῖν ἐστὶν ὁπηλίκον ἂν θέλωμεν ἐλάχιστον ὑποθέσθαι μέτρον γνώριμον: ἐν ᾧ ἡ μονάς. πᾶν γὰρ καθ᾽ ἑαυτὸ μέγεθος ὡς ἐλέχθη οὔτε ῥητὸν οὔτε ἄλογον. ὅτι καὶ πᾶσα εὐθεῖα καθ᾽ ἑαυτὴν οὔτε ῥητή. οὔτε ἄλογος ἐστὶ. συγκρινομένη δὲ πρὸς ὑποτεθεῖσαν ἐν θέσει μονάδα: ῥητὴ ἢ ἄλογος εὑρίσκεται. οὕτως γοῦν τῆς τετραγώνου πλευρᾶς ὑποτεθείσης ῥητῆς: ἡ διάμετρος δυνάμει ῥητὴ εὑρίσκεται: μήκει γὰρ ἄλογος εὑρίσκεται: καὶ πάλιν οὖν τῆς διαμέτρου ῥητῆς ὑπαρχούσης: ἡ πλευρὰ δυνάμει ῥητή. ἑκατέρας αὐτῶν καθ᾽ ἑαυτὴν οὔτε ῥητῆς, οὔτε ἀῤῥήτου τοῦτ᾽ ἐστὶ ἀλόγου ὑπαρχούσης. Οὕτως γοῦν τῶν εὐθειῶν ἐλαχιστέντι μέτρον ὑποθέμενοι εὐθεῖαν μονάδων: οἱ ἀπὸ τῶν μαθημάτων ῥητὴν ὀνόμαζον: καὶ τὰς αὐτῆς συμμέτρους ῥητάς: ὁμοίως δὲ καὶ τὸ ἀπ᾽ αὐτῆς τετράγωνον ῥητόν. καὶ τὰ τούτῳ χωρία σύμμετρα: ῥητὰ ἐκάλεσαν: καὶ ῥητὸν ὁμοίως, τὸν ἀπ᾽ αὐτῆς κύβον, καὶ τούτῳ σύμμετρα στερεά. Ἄῤῥητον δ᾽ ἀκουστέον τοῦτ᾽ ἐστὶν ἄλογον στερεὸν μὲν τὸ ἀσύμμετρον τῷ ἀπὸ ῥητῆς κύβῳ: ἐπίπεδον δὲ, τὸ ἀσύμμετρον τῷ ἀπὸ τῆς ῥητῆς τετραγώνῳ. μῆκος δὲ τοῦτ᾽ ἐστὶν εὐθεῖαν ῥητὴν συμμέτρου. ἐπὶ δὲ τῶν εὐθειῶν διττῆς νοουμένης τῆς συμμετρίας: μιᾶς μὲν ὅταν αὐταὶ εὐθεῖαι συμμετρῶσι: τὰ δὲ ἀπ᾽ αὐτῶν χωρία σύμμετρα ἀλλήλοις: ἑτέρας

δὲ, οὕτω καὶ τὰ αὐτὰ χωρία ἀσύμμετρα ἀλλήλοις εἴη. διττὴ καὶ ἡ πρὸς τὴν ῥητὴν διαφορὰ κατὰ τοὺς παλαιοὺς ὑπῆρχε. αἱ μὲν γὰρ λέγονται δυνάμει ῥηταί, αἱ δὲ ἄλογοι: αἱ δὲ λοιπαὶ μήκει: δυνάμει μὲν εἰσὶν ῥηταί, ὡς προείπομεν ὅσαι μὲν εἰσὶν αὗται ἀσύμμετροι τῇ ῥητῇ: τὰ δὲ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα σύμμετρα τῷ ἀπὸ ῥητῆς τετραγώνῳ: μήκει δὲ, ὅταν τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα ἢ ἐν τετραγώνοις ἀριθμοῖς ἢ τὰς πλευρὰς ἔχει συμμέτρους τῇ ῥητῇ μήκει. καὶ καθόλου καλεῖται ἡ τῇ ῥητῇ σύμμετρος ῥητὴ εἴτε μήκει, εἴτε δυνάμει μόνον. Ὁρίζονται γὰρ τὴν ῥητὴν καὶ οὕτως. ῥητὴ ἡ διὰ ἀριθμῶν γνωρίμη: οὐκ ἐστὶ δὲ ῥητῆς ὅρος οὗτος: ἀλλὰ συμβεβηκὸς αὐτῇ. ὅταν γὰρ λόγου χάριν ἐκτιθῶσι ῥητάς: ἀπὸ τῆς πήχεως ῥητῆς: οἴδαμεν ἑκάστην πόσων ἐστὶ παλαιστῶν ἢ δακτύλων: ὅθεν, ἐκ τῶν συμβεβηκότων λέγομεν ῥητὴν: διὰ ἀριθμῶν γνωρίμην. διαφέρει δὲ ῥητὴ δοθείσης. τῷ τὴν μὲν ῥητὴν δοθεῖσαν εἶναι πάντως. τὴν δοθεῖσαν δὲ οὐκ ἐξ ἀνάγκης ῥητήν, ἡ μὲν ῥητὴ καὶ πηλικότητι καὶ ποιότητι γνωρίμη ἐστίν, ἡ δὲ δοθεῖσα πηλικότητι, καὶ μεγέθει μόνον: καὶ γὰρ εἰσί τινες ἄλογοι δεδομέναι. Ἀπὸ τῆς προτεθείσης εὐθείας τετράγωνον ῥητὸν λέγει ὁ Εὐκλείδης, προτεθεῖσα δὲ εὐθεῖα καλεῖται, ἥτις ἀρχὴ μέτρων καὶ οἷον κανόνων εἰς ἐκμέτρησιν ἡμῖν μηκῶν καθ' ὑπόθεσιν εἴληπται. οἷον εἴ τις προτείνει ποσὸν ἂν τὸ μεταξὺ διάστημα ὑποκειμένων τινῶν σημείων οὐδὲν ἂν οὐ δεόντως πυνθάνοι τὸ πόσων ἐστὶ ποδῶν ἢ πηχῶν: ἀναγκαῖον ἂν δέοι πήχεως καὶ ποδὸς αἰτεῖν ἡμᾶς παρὰ τοῦ παρέχοντος πηλικότητος: καὶ

ἐκεί-

ϛυείνη χρωμένους τῇ προτεθείσῃ καὶ ῥητῇ εὐθείᾳ: τὸ προτεθὲν διάστημα ἐξετάζωμεν: εἰ ἐστὶν ὅλως ῥητῷ μέτρον.

Τῶν δὲ ἐν τοῖς μεγέθεσι τῶν μετρήσεων: καταμετροῦντα τὰ ὅλα, ἐστὶ τὰ δέ. Δάκτυλος, παλαιστὴ, σπιθαμὴ, ποῦς, πῆχυς, βῆμα, ὀργυιά: πάντων δὲ ἐλαχιστότερον ἐστὶ δάκτυλος. Διαιρεῖται δὲ καὶ εἰς μέρη ἔσθ' ὅτε μὲν γὰρ καὶ ἥμισυ, καὶ τρίτα καὶ λοιπὰ μέρια. Εἰσὶ δὲ καὶ ἕτερα μέτρα ἐπινενοημένα τισὶ ταδί. πᾶσσον, ἄκαινα, πλέθρον, ἰούγερον, στάδιον, μίλιον, σχοῖνος, σχοῖνος περσική, καὶ σχοῖνος ἑλληνική, καὶ λοιπά.

ΤΑ ΤΗΣ ΓΕΩΔΑΙΣΙΑΣ ὀνόματα.

Νῦν δὲ διὰ βραχέων εἴπωμέν τι περὶ τῶν γεωμετρουμένων: ταῦτα γὰρ τούτοις οἰκεῖα, καὶ προσήκοντα ταύτῃ τῇ πραγματείᾳ. Καὶ πρῶτον μὲν ἐπεὶ εἴρηται περὶ τῆς διαφορᾶς τῆς τε γεωμετρίας καὶ τῆς γεωδαισίας. ἰστέον ὅτι ἡ ἐπίπεδος γεωμετρία ἤτοι γεωδαισία συνέστηκεν, ἐκ τε κλιμάτων, καὶ σκελῶν, καὶ γραμμῶν, καὶ γωνιῶν: ἐπιδέχεται δὲ γένη, εἴδη, καὶ θεωρήματα. Αἱ τοίνυν γραμμαὶ πρὸς τὴν τοπικὴν μεταλαμβανόμεναι θέσιν: κλίματα καὶ ἀέρες καλοῦνται, καὶ ἐστὶ τέσσαρα κλίματα. ἀνατολὴ, δύσις, ἄρκτος καὶ μεσημβρία, καὶ κλίματα μὲν οὖν ὀνομάζονται ὡς ἀπὸ τῶν οἰκουμενικῶν κλιμάτων: ἀνατολῆς, δύσεως, ἄρκτου, καὶ μεσημβρίας, ἐπεὶ καὶ τῶν μερικῶν χωρα-

φίων

ρίων αἱ πλευραί· τοῖς τοιούτοις κλίμασιν ὑποπίπτουσιν. λέγεις δέ, ὡς ἀπὸ τῶν ἀφωρισμένων κλιμάτων τούτων ἀνέμων· τουτ᾽ ἐστὶν ἀπηλιώτου, ζεφύρου, βορρᾶ καὶ νότου. ἔξεστι μὲν οὖν καὶ τὰς τέσσαρας τοῦ χωρίου πλευρὰς, καὶ ἀπὸ τῶν κλιμάτων, καὶ ἀπὸ τῶν ἀέρων κατονομάζειν. ἐκράτησε δὲ ὅμως παρὰ τῇ συνηθείᾳ, τὴν μὲν ἀνατολικὴν, καὶ δυτικὴν, τοῦ χωραφίου πλευρὰν ἐκ τῶν κλιμάτων ὀνομάζεσθαι· ἐκ τῶν ἀέρων δὲ τὰς λοιπὰς δύο. τὴν μὲν γὰρ ἀρκτῴαν πλευράν· βορείαν φαμέν· τὴν δὲ μεσημβρινὴν, νοτίαν. διότι εἰσὶ οὗτοι οἱ ἄνεμοι, ὁ βορρᾶς, καὶ ὁ νότος, παρὰ πᾶσι γνώριμοι· ἀπηλιώτης δὲ καὶ ζέφυρος οὐχ ὡσαύτως κατάδηλοι· οὕτω καὶ ἐπὶ τῶν κλιμάτων. Ἀνατολὴ γὰρ καὶ δύσις φαναραὶ πᾶσιν, ὅθεν καὶ ἀπὸ τούτων, οὐκ ἀπὸ τῶν ἀέρων, αἱ πλευραὶ αὗται φανεραὶ γίνονται· οὐ μέντοι καὶ τὸ ἀρκτῷον, καὶ τὸ μεσημβρινὸν· ὡς ὡσαύτως τοῖς πολλοῖς γνώριμα· ἀλλ᾽ ἀπὸ τῶν ἀέρων ὡς ἔφαμεν. ταῦτα μὲν οὕτως.

Σκόπελος δέ ἐστιν· ὃ δή ἐστι τὸ λαμβανόμενον σημεῖον. ἴσμεν γὰρ, ὅτι ἐν τοῖς γεωμετρουμένοις· ἀντὶ σημείου, λαμβάνομεν σκέλοπα τουτ᾽ ἐστὶν τὸ σημεῖον, ἀφ᾽ οὗ μετρεῖν ἀρχόμεθα. εἰ τοίνυν τὸ ξύλον τὸ ἐμπησσόμενον· ἐφ᾽ οὗ δέδεται τὸ σωκάριον· ἤτοι τὸ σχοινίον τὸ δεκαόργυιον· ἀντὶ δὲ γραμμῆς, αὐτὸ τὸ σωκάριον· ἀντὶ δὲ ἐπιφανείας, τὸ ἐπίπεδον· ἤτοι τὸ τοῦ χωρίου ἐμβαδὸν. ἀλλ᾽ ὁ μὲν σκέλοψ, ἀνυποδιαίρετός ἐστιν· ὥσπερ καὶ τὸ σημεῖον φύσει ἓν ἀμερές. τινὲς δὲ τοῦτο καὶ σκόπελον ὀνομάζουσιν· ἐν γὰρ ταῖς τῶν χωραφίων

ἀρχαῖς

ὀρχαῖς· εἰώθαμεν πέτρας, ὀξείας, ἢ τάφρους ἢ λαύρας τιθέναι ὡς σύνορα.

Γραμμαὶ δ' εἰσὶ δέκα. Εὐθεῖα, παράλληλος, βάσις, κορυφή, σκέλη, διαγώνιος, κάθετος, ἢ καὶ πρὸς ὀρθὰς καλουμένη, ὑποτείνουσα, περίμετρος, διάμετρος. Εὐθεῖα μὲν οὖν ἐστὶ γραμμή, καθ' εὐθεῖαν οὖσα.

Παράλληλος δὲ, ἑτέρα εὐθεῖα, παρακειμένη τῇ εὐθείᾳ· ἔχουσα ἐν ἄκροις διαστήματα πρὸς ὀρθὰς γωνίας ἀλλήλοις ὄντα. Βάσις δὲ εὐθεῖα γραμμὴ τεθεῖσα, ἐπιδεχομένη ἑτέραν εὐθεῖαν. Κορυφὴ δ' ἐστὶν, ἡ ἐπὶ τῇ βάσει ἐπιτιθεμένη εὐθεῖα. Σκέλη δὲ, αἱ ἀπὸ τῶν ἄκρων τῆς κορυφῆς, ἐπὶ τὰ ἄκρα τῆς βάσεως τεταμέναι εὐθεῖαι. Διαγώνιος δὲ ἡ ἐν τοῖς τετραγώνοις τραπεζίοις, καὶ τοῖς τοιούτοις ἀπὸ γωνίας, ἐπὶ γωνίαν ἀγομένη εὐθεῖα. Κάθετος δὲ ἡ καὶ πρὸς ὀρθὰς καλουμένη, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς, ἐπὶ τὴν βάσιν καθιεμένη εὐθεῖα· ἔχουσα τὰς δύο γωνίας ἀλλήλαις ἴσας. Ὑποτείνουσα δὲ ἡ ὑπὸ τὴν ὀρθὴν τείνουσα γωνία. Περίμετρος δὲ ἡ κέντρου δοθέντος, καὶ διαστήματος, περιφερομένη γραμμή· ἔχουσα τὰς ἀπὸ τοῦ κέντρου, εἰς αὐτὴν ἀγομένας εὐθείας ἴσας. Διάμετρος δὲ εὐθεῖα ἡ τμηθεῖσα διὰ τοῦ κέντρου τὴν περίμετρον εἰς δύο τμήματα ἴσα.

Γωνίαι δὲ εἰσὶ τρεῖς, ὀρθὴ, ἀμβλεῖα, καὶ ὀξεῖα, ὀρθὴ μὲν οὖν ἐστὶ γωνία, ἥτις εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας, ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ· τότε εἰσὶν αἱ δύο ἴσαι γωνίαι, ὀρθαί. ὅταν δὲ ἡ μὲν μείζων, ἡ δ' ἐλάττων, τότε ἡ μὲν μείζων τουτ' ἐστὶν ἡ πλατυτέρα καλεῖται

ἀμ-

ἀμβλεῖα: ἡ δ᾽ ἐλάττων ἤτοι ἡ στενωτέρα, ὀξεῖα.

Γένη δὲ τῆς μετρήσεως ἐστὶ τρία. Εὐθυμετρικὸν, Ἐμβαδομετρικὸν, καὶ Στερεομετρικόν. Εὐθυμετρικὸν μὲν οὖν ἐστὶ πᾶν τὸ καθ᾽ εὐθεῖαν μετρούμενον: ὃ μόνον μῆκος ἔχει: ὃ δὴ καὶ ἀριθμὸς καλεῖται. Ἐμβαδομετρικὸν δὲ τὸ ἔχον μῆκος καὶ πλάτος: ἐξ οὗ καὶ τὸ ἐμβαδὸν γινώσκεται: ὃ δὴ καὶ δύναμις καλεῖται. Στερεομετρικὸν ἦ τὸ ἔχον μῆκος, καὶ πλάτος: καὶ πάχος: ἐξ οὗ καὶ τὸ στερεὸν γινώσκεται: ὃ δὴ καὶ κύβος καλεῖται.

Τὰ δὲ τῶν σχημάτων εἴδη ὄντα τῆς μετρήσεως, ἐστὶ ταῦτα. τὰ μὲν γάρ ἐστιν εὐθύγραμμα, τὰ δὲ περιφερόγραμμα, τὰ δὲ εὐθυπεριφερόγραμμα. καὶ εὐθύγραμμα μὲν ἐστὶν, τρίγωνον, τετράγωνον, ῥόμβος, ῥομβοειδὲς, ἑτερομηκὲς, προμηκὲς τραπέζια τέσσαρα πεντάγωνον, ἑξάγωνον, καὶ ἐφεξῆς ἕως πέντε καὶ δεκαγώνου. Περιφερόγραμμα δὲ κύκλος καὶ μηνίσκος. Εὐθυπεριφερόγραμμα δὲ ἡμικύκλιον, τμῆμα κύκλου μεῖζον ἡμικυκλίου, καὶ τμῆμα κύκλου ἔλαττον ἡμικυκλίου.

Ἔχουσι δὲ καὶ θεωρήματα δεκαοκτώ. Τριγώνων μὲν θεωρήματα ἕξ. τὰ γὰρ τρίγωνα πότε μὲν ὀνομάζονται ἀπὸ τῶν πλευρῶν: πότε δὲ ἀπὸ τῶν γωνιῶν, ἀπὸ μὲν τῶν πλευρῶν: ἰσόπλευρον, ἰσοσκελὲς, καὶ σκαληνόν. ἀπὸ δὲ τῶν γωνιῶν, ὀρθογώνιον, ὀξυγώνιον, καὶ ἀμβλυγώνιον. Τετραγώνων θεωρήματα δύο. τετράγωνον ἰσόπλευρον ὀρθογώνιον: καὶ τετράγωνον παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον. Ῥόμβων θεωρήματα δύο. ῥόμβος καὶ ῥομβοειδές. Τραπεζίων θεωρήματα

τέσσα-

τέσσαρα. τραπέζιον ὀρθογώνιον, τραπέζιον ὀξυγώνιον, τραπέζιον ἀμβλυγώνιον, τραπέζιον ἰσοσκελές. Κύκλων δὲ θεωρήματα τέσσαρα. Κύκλος, Ὕψος ἤτοι ἐπικύκλιον, τμῆμα μεῖζον ἡμικυκλίου, καὶ τμῆμα ἔλαττον ἡμικυκλίου. Καὶ ταῦτα μὲν οὖν τὰ εἴδη, καὶ θεωρήματα ὅσον ἐπὶ τῶν ἐμβαδομετρικῶν: ἐπὶ δὲ τῶν στερεῶν: προστιθεμένου ἑκάστῃ μετρήσει καὶ τοῦ πάχους ἐξαίρετα εὑρήσεις τὰ θεωρήματα ἐπὶ τῶν στερεῶν: καὶ εἰσὶ δέκα οὕτως. Σφαῖρα, Κῶνος, Ὀβέλισκος, Κύλινδρος, Κύβος, Σφήνισκος, Μείουρος, Κίων, Πλινθὶς, Πύραμις.

Εἴδη μὲν οὖν σχημάτων γεωμετρικῶν τοσαῦτα: καὶ οὐκ ἔστι παρὰ ταῦτα ἕτερον ἁπλοῦν ἐπίπεδον σχῆμα. ἁπλοῦν εἶπον διὰ τὰ σύνθετα. σύνθετα γάρ εἰσιν ἐκ τούτων διάφορα, καὶ οὐκ εὐαρίθμητα. ἐπίπεδον δ' εἶπον, διὰ τὰ στερεά. ἐπείπερ ἐστὶ καὶ τῶν στερεῶν καταμέτρησις. οἷον φρέατος, καὶ κυστέρνης, καὶ τῶν τοιούτων. σχῆμα δ' ὅλως εἶπον διὰ τὰ γραμμικά. ἐπείπερ ἰδία τούτων ἡ θεωρία, καὶ ἡ τῶν ὕψων τεχνικὴ κατανόησις.

Πρὸ δὲ τῆς θεωρίας, καὶ τῆς καταμετρήσεως: αἰτία μετά τινα καὶ λήμματα ἢ καὶ ὅρους προλαμβάνομεν: καὶ αἰτήματα μὲν εἰσίν. οἷον τὸ εἶναι τὸν γεωμετρικὸν μόδιον, τεσσαρακοντὰ λιτρῶν: καὶ τὴν λίτραν ἔχειν ὀργυίας πέντε. τὴν δὲ ὀργυίαν ἤτοι τὸν γεωμετρικὸν κάλαμον, σπιθαμὰς κοινὰς ἔνδεκα. ἤτοι παλαιστὰς εἰκοσιεπτά, καὶ κόνδυλον. παλαιστὴ δ' ἐστὶν ὁ γρόνθος. γρόνθος δ' ἐστὶ τῶν τεσσάρων δακτύλων συνεσφι-

γμέ

γμενὸν ὡς τὸ διάγραμμα. Κόνδυλος δὲ, ἡ τῶν ἀντίχειρος ἔκτασις.

Ἐστὶ τοίνυν τὰ τῆς γεωδαισίας μέτρα τάδε· Δάκτυλος, Κόνδυλος, παλαιστή, Διχάς, Σπιθαμή, Ποῦς, Πῆχυς, βῆμα, ὀργυία, Σωκάριον, Πλέθρον, Ἰούγερον, Δίαυλος, Στάδιον, Ἀκαίνα, Μίλιον, Σχοῖνος, καὶ παρασάγγης. Καὶ ταῦτα τὰ μέτρα ἐξεύρηνται, ἐξ ἀνθρωπίνων μελῶν: δακτύλου, παλαιστοῦ, σπιθαμῆς, ποδὸς πήχεως, βήματος, ὀργυιᾶς, καὶ λοιπῶν. πάντων δ᾽ ἐλάχιστόν ἐστιν ὁ Δάκτυλος, ὅστις καὶ μονὰς καλεῖται, διαιρεῖται δ᾽ ἐσθ᾽ ὅτε μὲν καὶ εἰς ἥμισυ, καὶ εἰς τρίτον καὶ εἰς τέταρτον, καὶ εἰς τὰ λοιπὰ μόρια. μετὰ δὲ τὸν δάκτυλον, ὅστις ἐστὶ μέρος ἐλάχιστον πάντων: ἐστὶν ὁ παλαιστής, ὃν καὶ τέταρτον τινὲς καλοῦσιν: διὰ τὸ τέσσαρας ἔχειν δακτύλους: ἢ διὰ τὸ εἶναι τέταρτον ποδός. τινὲς δὲ καὶ τὸ τρίτον. διὰ τὸ εἶναι τρίτον τῆς σπιθαμῆς. ἡ γὰρ σπιθαμὴ, τρία τέταρτα ἔχει: ὁ δὲ ποὺς τέσσαρα.

Ὅροι δὲ τῆς μετρήσεως, ἢ τὰ τῆς γεωμετρίας λημμάτια, οὐκ ἐναρίθμητα: τὰ δὲ ἡμῖν συντείνοντα, εἰς τὰς τῶν θεωρημάτων ἀποδείξεις, εἰσὶ ταῦτα. Πᾶς ἀριθμὸς εἰς ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενος, τετράγωνον ἰσόπλευρον ποιεῖ. Ἐὰν δὲ μεθ᾽ ἑτέρου πολυπλασιασθῇ εἰ μὲν ἐγγύς: ποιεῖ ἑτερομηκές, ἤτοι παραλληλόγραμμον: εἰ δὲ τοῦ πόρρω, ποιεῖ προμηκές. Οἱ ἀπὸ τῆς μονάδος ἐφεξῆς ἀριθμοὶ, συντιθέμενοι: τρίγωνον ἰσόπλευρον ποιοῦσιν. Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις: τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς

ἀπὸ

ἀπὸ τῆς καθέτου, καὶ τῆς βάσεως δυσὶ τετραγώνοις. Παντὸς τριγώνου, αἱ δύο πλευραὶ, τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσὶ πάντῃ μεταλαμβανόμεναι. Ἡ περίμετρος τῆς διαμέτρου, τριπλασιεφέβδομος ἐστίν.

Ὁ πολυπλασιασμὸς τῆς περιμέτρου, καὶ διαμέτρου· κύκλους ταὐτὸ διαστάτους ποιεῖ τέσσαρας. Καὶ ἄλλως τὰ αὐτά. Παντὸς τριγώνου ὀρθογωνίου αἱ περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν δύο πλευραὶ, τῆς λοιπῆς τῆς ὑποτεινούσης ἴσαι εἰσίν· ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιαζόμεναι. Καὶ ἐμβαδὸν τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου, καὶ τῆς περιμέτρου τῶν κύκλων μετρούμενον· ἴσον ἐστὶ τοῖς ἐμβαδοῖς κύκλων τεσσάρων. Καὶ ταῦτα μὲν περὶ τῶν τῆς τε γεωμετρίας, στερεομετρίας τε, καὶ γεωδαισίας ὀνομάτων.

ΤΑ ΤΗΣ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑΣ ὀνόματα.

Ἀστρολογία ἡ καὶ ἀστρονομία λέγεται· ἐστὶν ἐπιστήμη, ἡ περὶ τῶν κοσμικῶν κινήσεων, καὶ μεγεθῶν, καὶ σχημάτων τῶν οὐρανίων σωμάτων, καὶ φωτισμῶν, καὶ ἀποστάσεων τῶν ἀπὸ γῆς, καὶ τῶν τοιούτων ἁπάντων διαλαμβάνουσα· πολὺ μὲν ἀπολαύουσα τῆς αἰσθήσεως· πολὺ δὲ πρὸς τὴν φυσικὴν ἐπικοινωνοῦσα θεωρίαν.

Ταύτης δὲ μέρος ἐστὶ καὶ ἡ γνωμονική, περὶ τὴν τῶν ὡρῶν καταμέτρησιν ἀσχολουμένη· διὰ τῆς τῶν γνωμόνων θέσεως. Καὶ ἡ Μετεωροσκοπική· τῶν τε ἐξαρμάτων τὰς διαφορὰς· καὶ τῶν ἄστρων τὰς ἀπο-

φάσεις ἀνευρίσκουσα: καὶ πολλὰ ἄλλα καὶ ποικίλα τῶν κατ' ἀστρολογίαν θεωρημάτων ἀναδιδάσκουσα. Καὶ ἡ Διοπτρική, τὰς ἀποχὰς ἡλίου καὶ σελήνης: καὶ τῶν ἄλλων ἄστρων καταμανθάνουσα, διὰ τῶν τοιούτων ὀργάνων.

Δύο δὲ μέγιστα καὶ κυριώτατα ὑπάρχει: ἃ παρασκευάζει, τὸ δὴ ἀστρονομίας προγνωστικὸν τέλος: ἓν μὲν πρῶτον καὶ τάξει, καὶ δυνάμει: καθ' ὃ τοὺς γινομένους ἑκάστοτε σχηματισμοὺς τῶν κινήσεων ἡλίου καὶ σελήνης, καὶ τῶν ἀστέρων, πρὸς ἀλλήλους τε καὶ τὴν γῆν καταλαμβανόμεθα. Δεύτερον δὲ καθ' ὃ διὰ τῆς φυσικῆς τῶν σχηματισμῶν αὐτῶν ἰδιοτροπίας: τὰς ἀποτελουμένας μεταβολὰς τῶν ἐμπεριεχομένων ἐπισκεψόμεθα.

Κόσμος ἐστὶ σύστημα ἐξ οὐρανοῦ καὶ γῆς: καὶ τῶν ἐν τούτοις περιεχομένων φύσεων. Η Κόσμος ἐστὶν ἡ τῶν ὅλων τάξις τε, καὶ διακόσμησις ὑπό τε θεοῦ, καὶ διὰ θεὸν φυλαττομένη.

Διαιρεῖται δὲ ὁ κόσμος εἴς τε τὸν αἰθέρα ὅς, καὶ οὐρανὸς καὶ πέμπτη οὐσία, ἢ σφαῖρα: καὶ εἰς τὰ τέσσαρα στοιχεῖα, τὸ πῦρ, τὸν ἀέρα, τὸ ὕδωρ, καὶ τὴν γῆν. Ἐν τῷ αἰθέρι, τά τε ἄστρα, καὶ οἱ ἀστέρες εἰσίν.

Ἀστὴρ ἐστὶ σῶμα θεῖον οὐράνιον τῆς αὐτῆς μετειληφὸς οὐσίας, τῷ ἐν ᾧ ἐστὶ τόπῳ: σῶμα λαμπρόν: καὶ οὐδέποτε στάσιν ἔχον: ἀλλ' ἀεὶ φερόμενον κυκλικῶς. Λέγεται δὲ καὶ ἀστὴρ εἶναι τὸ κατὰ μίαν γραφὴν περιοριζόμενον: ἢ εἷς ἀριθμῷ, ὡς αὖ ὁ τοῦ κρόνου ἢ τοῦ ἑρμοῦ.

Ἄστρον δὲ λέγεται εἶναι τὸ ἐκ πολλῶν ἀστέρων σύστημα, ὡς ἡ Ἀνδρομέδα ἢ ὁ Κένταυρος. ἢ ἄστρον ἐστὶ τὸ

ἐκ

ἐκ πολλῶν ἀστέρων μεμορφωμένον εἴδωλον. Ὁ μὲν οὖν ἀστὴρ, καὶ ἄστρον ἐνίοτε δὲ ἀνάπαλιν. Καλοῦσι δὲ ἰδίως καὶ κοινῶς τὰ ζώδια ἄστρα καὶ ἀστέρας.

Τῶν δὲ ἄστρων, τὰ μὲν ἀπλανῆ καλεῖται, τὰ δὲ πλανώμενα. Ἀπλανῆ μὲν οὖν ἐστὶν τὰ κατὰ ἐπιφάνειαν τοῦ κόσμου κινούμενα ἁπλουστάτῃ κινήσει. καὶ διὰ παντὸς τοὺς αὐτοὺς τόπους τῷ οὐρανῷ κατέχοντα: καὶ τὴν αὐτὴν πρὸς ἄλληλα τάξιν ἔχοντα. Πλανώμενα δ' ἐστὶν ὅ τε ἥλιος καὶ ἡ σελήνη: καὶ οἱ πέντε πλανῆται ἀστέρες: κρόνος, ζεὺς, ἄρης, ἀφροδίτης, ἑρμῆς. οἳ καὶ πλανῆται λέγονται τὴν ἐναντίαν φερόμενοι κίνησιν: ἢ κατωτέρω τοῦ οὐρανοῦ, καὶ τοῦ αἰθέρος περιδινούμενοι τὸν ἐναντίον τῇ τοῦ κόσμου στροφῇ δρόμον τρέχουσιν. Πρὸς σύγκρισιν τοίνυν τῶν ἀπλανῶν οὕτως πλανῆται ἐκλήθησαν: ἢ ἀπὸ τοῦ πλανᾶν ἡμῶν τὰς ὄψεις, καὶ γὰρ πλάγιοι φέρονται, καὶ ἀναποδίζουσιν ἐνίοτε. ἔσθ' ὅτε δὲ, καὶ προσωτέρω χωροῦσιν. ἢ ἀπὸ τοῦ αὐτοὺς πλανᾶσθαι καὶ μὴ τὴν αὐτὴν πορείαν ποιεῖσθαι τοῖς ἀπλανέσιν. Οἱ δὲ ἀπλανεῖς ἀστέρες, ἐναρήρασι τῷ οὐρανῷ: καὶ εἰσὶν ἀκίνητοι κατὰ τὸν ἴδιον λόγον: συμπεριφέρονται δὲ τῇ ῥύμῃ τοῦ οὐρανοῦ, ἀεὶ κατὰ τὰ αὐτὰ, καὶ ὡσαύτως δύοντες καὶ ἀνατέλλοντες. διὸ καὶ ἀπλανεῖς ἐκλήθησαν. ὧν πλῆθος ἄπειρον ἐστίν: ὅμως οἱ ἀστρονόμοι ἀστέρας ἀπλανεῖς ἐπαριθμοῦσιν ακβ. πολλῷ διαφέροντας ἀλλήλων τε καὶ τῶν πλανητῶν.

Σφαῖρα ἐστὶ σῶμα στερεὸν, ὑπὸ μιᾶς ἐπιφανείας περιεχόμενον, πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου: τῶν ἐντὸς τοῦ

σχήματος κειμένων, πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. κέντρον δὲ τῆς σφαίρας, τὸ τοιοῦτο σημεῖον ἐστίν. Ἄξων δὲ τῆς σφαίρας ἐστίν, εὐθεῖα τὶς διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας: καὶ τὴν μένουσαν εὐθεῖαν, περὶ ἣν ἡ σφαῖρα στρέφεται. Πόλοι δὲ τῆς σφαίρας, εἰσὶ τὰ πέρατα τοῦ ἄξονος, δηλαδὴ τῆς διαμέτρου. τῶν δὲ πόλων, ὁ μὲν λέγεται βόρειος, ὁ δὲ νότιος. βόρειος μὲν, ὁ διὰ παντὸς φαινόμενος, ὡς πρὸς τὴν ἡμετέραν οἴκησιν. νότιος δὲ, ὁ διὰ παντὸς ἀόρατος, ὡς πρὸς τὸν ἡμέτερον ὁρίζοντα. Κύκλου πόλος ἐν σφαίρᾳ, ἐστὶ σημεῖον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, ἀφ᾽ οὗ πᾶσαι προσπίπτουσαι εὐθεῖαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Ὁ τοίνυν κόσμος καὶ οὐρανός τε καὶ τὰ ἐν αὐτῷ ἔχουσιν σχῆμα τῆς σφαίρας ἧς ἄξων καὶ πόλοι λέγονται εἶναι. Διήκει γὰρ ὁ ἄξων ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ ἀρκτικοῦ κύκλου διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας: ἕως τοῦ κέντρου τοῦ ἀνταρκτικοῦ. Παρείληπται δὲ ἵνα γνῶμεν: ὅτι περὶ αὐτὸν, καὶ τὰ ἄκρα αὐτοῦ κινεῖται ὁ οὐρανός: ὥσπερ περὶ ἁρμάτειον ἄξονα κινοῦνται οἱ τρόχοι. Γεώμετραι δὲ αὐτὸν ὑποτίθενται γραμμὴν τινὰ λεπτὴν διήκουσαν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ ἀρκτικοῦ κύκλου: μέχρι τοῦ ἀνταρκτικοῦ. καθάπερ εἴρηται. ὠνόμασται δ᾽ ἄξων διὰ τὸ περὶ αὐτὸν ἄγεσθαι: καὶ περιδινεῖσθαι τὸν οὐρανόν. τὰ δὲ πέρατα αὐτοῦ καλοῦσι πόλους: ἀπὸ τοῦ περιπολεῖσθαι καὶ στρέφεσθαι περὶ αὐτὰ τὸν οὐρανόν. Ἐπὶ δὲ τῆς σφαίρας ξυλινῆς ταῦτα τὰ ἄκρα τοῦ ἄξονος:

νος: φαίνεται ὑπὲρ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας ἐξέχοντα. χρὴ δὲ νοεῖν συναποπαύεσθαι αὐτὰ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ οὐρανοῦ καὶ μὴ ἐξέχειν.

Τῶν δὲ ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλων, οἱ μὲν διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας μέγιστοι εἰσί: τῶν δὲ ἄλλων: οἱ μὲν ἴσον ἀπέχοντες ἑκατέρωθεν τοῦ κέντρου: ἴσοι εἰσίν. οἱ δὲ μεῖζον ἐλάσσονες.

Εν σφαίρᾳ. οἱ δίχα τέμνοντες ἀλλήλους κύκλοι, μέγιστοι εἰσίν. οἱ μέγιστοι ἐν σφαίρᾳ κύκλοι: δίχα τέμνουσιν ἀλλήλους.

Αλλως.

Μέγιστοι ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλοι λέγονται: οἱ τὸ αὐτὸ κέντρον, ἔχοντες τῇ σφαίρᾳ.

Αλλως.

Τῶν δὲ ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλων: οἱ μὲν εἰσὶ παράλληλοι, οἱ δὲ λοξοί. οἱ δὲ διὰ τῶν πόλων.

Οἱ πέρι τοὺς αὐτοὺς πόλους ὄντες ἐν σφαίρᾳ κύκλοι, παράλληλοι εἰσίν. καὶ οἱ παράλληλοι κύκλοι, περὶ τοὺς αὐτοὺς πόλους εἰσίν.

Αλλως.

Παράλληλοι κύκλοι εἰσίν, οἱ τοὺς αὐτοὺς πόλους ἔχοντες τῷ κοσμῷ. εἰσὶ δὲ παράλληλοι κύκλοι πέντε. ἀρκτικὸς, θερινὸς τροπικὸς, ἰσημερινὸς, χειμερινὸς τροπικὸς, ἀνταρκτικὸς. Αρκτικὸς, καὶ ἀνταρκτικὸς κατὰ τὰς τῶν κλιμάτων διαφορὰς ἄλλοι παρ᾽ ἄλλοις εἰσί: μείζονες καὶ ἐλάσσονες γινόμενοι: καὶ τελέον ἀφανιζόμενοι. ἄλλως. ἀρκτικὸς κύκλος ἐστὶν ὁ ἐν τῇ τῆς σφαίρας ἐπιφανείᾳ: ἐκ τοῦ πόλου ἀρκτίκου γραφόμενος κύ-

κλος· κατὰ τὴν τοῦ ζῳδιακοῦ κύκλου λοξότητα. θερινὸς δὲ τροπικὸς κύκλος ἐστὶν, ὁ βορειότατος τῶν ὑπὸ τοῦ ἡλίου γραφομένων κύκλων· ἐφ' οὗ γενόμενος ὁ ἥλιος· τὴν θερινὴν τροπὴν ποιεῖται· ἐν ᾗ ἡ μεγίστη μὲν πασῶν τῶν ἐν τῷ ἐνιαυτῷ ἡμέρα· ἐλαχίστη δὲ ἡ νὺξ γίνεται. μέτα μέν τοι τὴν θερινὴν τροπὴν, οὐκέτι πρὸς τὰς ἀρκτοὺς παροδεύων ὁ ἥλιος θεωρεῖται· ἀλλ' ἐπὶ θάτερα μέρη τρέπεται τοῦ κόσμου, διὸ κέκλειται τροπικός.

Ἰσημερινὸς δὲ κύκλος ἐστὶν, ὁ μέγιστος τῶν πέντε παραλλήλων κύκλων, ὁ διχοτομούμενος ὑπὸ τοῦ ὁρίζοντος, ὥστε ἡμικύκλιον μὲν ὑπὲρ γῆν ἀπολαμβάνεσθαι, ἡμικύκλιον δὲ ὑπὸ τὸν ὁρίζοντα· ἐφ' οὗ γενόμενος ὁ ἥλιος τὰς ἰσημερίας ποιεῖται· τήν τε ἐαρινὴν, καὶ τὴν φθινοπωρινήν. χειμέρινος δὲ τροπικὸς κύκλος ἐστὶν ὁ νοτιώτατος τῶν ὑπὸ τοῦ ἡλίου γραφομένων κύκλων, κατὰ τὴν ὑπὸ τοῦ κόσμου γινομένην περιστροφήν· ἐφ' οὗ γενόμενος ὁ ἥλιος, τὴν χειμερινὴν τροπὴν ποιεῖται· ἐν ᾗ ἡ μεγίστη μὲν πασῶν τῶν ἐν τῷ ἐνιαυτῷ νὺξ ἐπιτελεῖται, ἐλαχίστη δὲ ἡμέρα. μετὰ μέν τοι τὴν χειμερινὴν τροπὴν, οὐκέτι πρὸς μεσημβρίαν παροδεύων ὁ ἥλιος θεωρεῖται, ἀλλ' ἐπὶ θάτερα μέρη τρέπεται τοῦ κόσμου· διὸ κέκληται καὶ οὗτος τροπικός. Ανταρκτικὸς δὲ κύκλος ἐστὶν ἴσος καὶ παράλληλος τῷ ἀρκτικῷ.

Λοξὸς δὲ ἐστι κύκλος, ὁ τῶν ιβ ζῳδίων. αὐτὸς δὲ ἐκ τριῶν κύκλων παραλλήλων συνέστηκεν, ὧν ὁ μὲν τὸ πλάτος ἀφορίζειν λέγεται τοῦ ζῳδιακοῦ κύκλου,

κλου· ὁ δὲ διὰ μέσων τῶν ζωδίων καλεῖται. οὗτος δ' ἐφάπτεται δύο κύκλων ἴσων καὶ παραλλήλων, τοῦ μὲν θερινοῦ τροπικοῦ, κατὰ τὴν πρώτην μοῖραν τοῦ καρκίνου· τοῦ δὲ χειμερινοῦ τροπικοῦ, κατὰ τὴν τοῦ αἰγοκερῶτος πρώτην μοῖραν. τὸ δὲ πλάτος τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου ἐστὶ μοῖραι ιβ. λοξὸς δὲ κέκληται ὁ ζωδιακὸς κύκλος· διὰ τὸ τέμνειν τοὺς παραλλήλους κύκλους.

Ἔστι δὲ καὶ ὁ τοῦ γάλακτος κύκλος λοξὸς, οὗτος μέντοι μείζονι πλάτει λελόξωται τῷ τροπικῷ κύκλῳ· συνέστηκε δὲ ἐκ βραχυμερίας νεφελοειδοῦς· καὶ ἐστὶν ἐν τῷ κόσμῳ μόνος θεωρητὸς, οἱ δὲ λοιποὶ λόγῳ εἰσὶ θεωρητοὶ, ἐκ τῆς τῶν ἄστρων θέσεως, καὶ διόπτρας τῆς αὐτῆς θεωρίας, καὶ τῆς ἡμετέρας ἐπινοίας διατυπούμενοι. οὐχ ὥρισται δὲ αὐτοῦ τὸ πλάτος· ἀλλὰ κατὰ μὲν τίνα μέρη πλατύτερος ἐστίν· κατὰ δὲ τίνα στενότερος. διὰ ἣν αἰτίαν ἐν ταῖς πλείσταις σφαίραις οὐ καταγράφεται ὁ τοῦ γάλακτος κύκλος. ἐστὶ, δὲ καὶ οὗτος τῶν μεγίστων ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλων.

Διὰ δὲ τῶν πόλων κύκλοι εἰσὶ, ὑπὸ τίνων κόλουροι προσαγορευόμενοι· οἷς συμβέβηκεν ὑπὸ τῶν ἰδίων περιφερειῶν, τοὺς τοῦ κόσμου πόλους ἔχειν. κόλουροι δὲ κέκληνται, διὰ τὸ μέρη τινα ἀθεώρητα αὐτῶν γίνεσθαι. οἱ μὲν γὰρ λοιποὶ κύκλοι κατὰ τὴν περιστροφὴν τοῦ κόσμου, ὅλοι θεωροῦνται. τῶν δὲ κολούρων κύκλων· μέρη τίνα ἐστὶν ἀθεώρητα, τὰ ἀπὸ τοῦ ἀνταρκτικοῦ, ὑπὸ τὸν ὁρίζοντα ἀπολαμβανόμενα. γράφονται δ' οὗτοι οἱ κύκλοι διὰ τῶν τροπικῶν σημείων· καὶ

εἰς μέρη Δ διαιροῦσι τὸν διὰ μέσων τῶν ζωδίων κύκλον.

Μεσημβρινὸς δ' ἐστὶ κύκλος, ὁ διὰ τῶν τοῦ κόσμου πόλων, καὶ τοῦ κατὰ κορυφὴν σημείου γραφόμενος κύκλος. ἐφ' οὗ γενόμενος ὁ ἥλιος τὰ μέσα τῶν ἡμερῶν, καὶ τὰ μέσα τῶν νυκτῶν ποιεῖται. καὶ οὗτος δὲ ὁ κύκλος ἐστὶν ἀκίνητος ἐν τῷ κόσμῳ· καὶ τὴν αὐτὴν τάξιν διαφυλάσσων ἐν ὅλῃ τῇ τοῦ κόσμου περιστροφῇ. οὐ καταγράφεται δ' οὗτος ὁ κύκλος ἐν ταῖς κατασκευαζομέναις σφαίραις, διὰ τὸ ἀκίνητον εἶναι· καὶ μηδεμίαν ἐπιδέχεσθαι μετάπτωσιν· ἀλλὰ πρὸς μὲν τὴν αἴσθησιν σχεδὸν ἐπὶ σταδίους τριακοσίους ὁ αὐτὸς μεσημβρινὸς διαμένει. πρὸς δὲ τὴν ἐν τῷ λόγῳ ἀκρίβειαν· ἅμα τῷ τὴν παροῦσαν γίνεσθαι πάροδον, ἢ πρὸς ἀνατολὴν ἢ πρὸς δύσιν, ἕτερος γίνεται μεσημβρινός. κατὰ μὲν γὰρ πρὸς ἄρκτον καὶ μεσημβρίαν πάροδον, κἂν μεταξὺ μύριοι στάδιοι ὑπάρχωσιν, αὐτὸς μένει μεσημβρινός· κατὰ δὲ τὴν ἀπ' ἀνατολῆς, πρὸς δύσιν πάροδον· διαφοραὶ μεσημβρινῶν.

Ὁρίζων δ' ἐστὶ κύκλος, ὁ διορίζων ἡμῖν τότε φανερὸν καὶ τὸ ἀφανὲς μέρος τοῦ κόσμου, καὶ διχοτομῶν τὴν ὅλην σφαῖραν τοῦ κόσμου, ὥστε ἡμισφαίριον μὲν ὑπὲρ γῆν ἀπολαμβάνεσθαι· ἡμισφαίριον δ' ὑπὸ τὴν γῆν. Εἰσὶ δὲ ὁρίζοντες δύο, εἷς μὲν ὁ αἰσθητός· ἕτερος δὲ ὁ λόγῳ θεωρητός. αἰσθητὸς μὲν οὖν ἐστὶν ὁρίζων, ὁ ὑπὸ τῆς ἡμετέρας ὄψεως περιγραφόμενος, κατὰ τὸν ἀποτερματισμὸν τῆς ὁράσεως, ὡς οὐ μείζονα τὴν διάμετρον ἔχει σταδίων δισχιλίων. ὁ δὲ λόγῳ θεωρητὸς ὁρίζων ἐστὶν, ὁ

μέχρι

μέχρι τῆς τῶν ἀπλανῶν ὁράσεως ἀστέρων σφαίρας διήκων· καὶ διχοτομῶν τὸν ὅλον κόσμον. οὐ κατὰ πᾶσαν ἢ χώραν καὶ πόλιν ὁ αὐτός ἐστιν ὁρίζων· ἀλλὰ πρὸς μὲν κατὰ τὴν αἴσθησιν σχεδὸν ἐπὶ σταδίους τετρακοσίους ὁ αὐτὸς ὁρίζων διαμένει, ὥς τε καὶ τὰ μεγέθη τῶν ἡμερῶν, καὶ τὸ κλίμα, καὶ πάντα τὰ φαινόμενα τὰ αὐτὰ διαμένειν· πλειόνων δὲ σταδίων γενομένων κατὰ τὴν παραλλαγὴν τῆς οἰκήσεως· ἕτερος ὁρίζων γίνεται· κατὰ τὸ κλίμα διαφέρων, καὶ πάντα τὰ φαινόμενα μεταπίπτει. Δεῖ μέντοι γε τὴν παραλλαγὴν τῆς οἰκήσεως τὴν ὑπὲρ τετρακοσίους σταδίους, διαλαμβάνεσθαι κατὰ τὴν πρὸς ἄρκτον μεσημβρίαν τε πάροδον. τοῖς μὲν γὰρ ὑπὸ τοῦ αὐτοῦ παραλλήλου οἰκοῦσιν· ἀπὸ μυρίων σταδίων ὑπάρχουσιν, ὁ μὲν ὁρίζων διάφορος, τὸ δὲ κλίμα τὸ αὐτὸ, καὶ πάντα τὰ φαινόμενα παραπλήσια. αἱ μέντοι ἀρχαὶ καὶ τελευταὶ τῶν ἡμερῶν· οὐχ ἅμα πᾶσιν ἔσονται τοῖς ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ παραλλήλου οἰκοῦσι. κατὰ δὲ τὴν πρὸς τὸν λόγον ἀκρίβειαν, ἅμα τὸ στιγμιαῖαν πάροδον γίνεσθαι κατ᾽ ὁποιονοῦν μέρος τοῦ κόσμου, μεταπίπτει καὶ ὁ ὁρίζων, καὶ τὸ ἔγκλιμα, καὶ πάντα τὰ φαινόμενα διάφορα. Οὐ καταγράφεται δὲ ὁρίζων ἐν ταῖς σφαίραις δι᾽ αἰτίαν τοιαύτην. ὅτι οἱ μὲν λοιποὶ κύκλοι πάντες φερομένου τοῦ κόσμου, ἀπ᾽ ἀνατολῶν ἐπὶ τὴν δύσιν· συμπεριστρέφονται καὶ αὐτοὶ τῇ τοῦ κόσμου κινήσει. ὁ δὲ ὁρίζων ἐστὶ φύσει ἀκίνητος. τὴν αὐτὴν τάξιν διαφυλάττων διὰ παντός. εἰ οὖν κατεγράφοντο οἱ ὁρίζοντες ἐν ταῖς σφαίραις, στρεφομένων αὐτῶν συνέβαινεν

κὺ τὸν ὁρίζοντα κινεῖσθαι, καὶ κατὰ κορυφὴν ποτε γίνεσθαι. ὅπερ ἐστὶν ἀδιανόητον, καὶ ἀλλότριον τοῦ σφαιρικοῦ λόγου. ὑπὸ μέντοι γε τῆς σφαιρικῆς θήκης, ἡ τοῦ ὁρίζοντος θέσις κατανοεῖται.

Ζῶναι λέγονται τὰ μεταξὺ τῶν παραλλήλων κύκλων διαστήματα. εἰσὶ δὲ καὶ ἐν οὐρανῷ, καὶ ἐπὶ τῆς γῆς αἱ κατὰ κάθετον εἰσὶ τῶν ἐν τῷ οὐρανῷ. ἰδίως δὲ κύκλοι λέγονται ἐν τῷ οὐρανῷ, ζῶναι δὲ ἐπὶ τῆς γῆς. πέντε δὲ εἰσὶ πᾶσαι, ἂν δύο εἰσὶν ἀοίκητοι διὰ τὸ πάνυ κατεψύχθαι, καὶ ἡ μὲν λέγεται νότιος, ἡ δὲ βόρειος, τῶν δὲ μεταξὺ τούτων τριῶν δύο μὲν εἰσὶν εὔκρατοι, μία δὲ διακεκαυμένη. τῶν δὲ εὐκράτων, ἡ μὲν ἐστὶ βορειοτέρα, ἡ δὲ νοτιωτέρα. καὶ ἐστὶν ἡ βορειοτέρα ἀπὸ τοῦ ἀρκτικοῦ κύκλου μέχρι τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ, ἡ δὲ ἑτέρα ἀπὸ ἀνταρκτικοῦ μέχρι χειμερινοῦ τροπικοῦ.

Εἰσὶ δ' εὔκρατοι τῷ μήτε ὑπὸ ἀκράτου ψύχους, μήτε ὑπὸ καύματος ἐνοχλεῖσθαι, καὶ τῷ εἶναι αὐτὰς μεταξὺ τῆς τοῦ ἡλίου πορείας, καὶ τῶν κατεψυγμένων ζωνῶν. ἡ δὲ τούτων μέση πασῶν ἐστὶν ἀπὸ τοῦ θερινοῦ τροπικοῦ, μέχρι τοῦ χειμερινοῦ τροπικοῦ. τοσοῦτον γὰρ πλάτος ἔχει ὅσον καὶ ὁ ἥλιος περιέρχεται. καλεῖται δὲ διακεκαυμένη, διὰ τὸ πυρώδης εἶναι, τοῦ ἡλίου δὲ αὐτῆς τὴν πορείαν ἀεὶ ποιουμένου. ταύτην ἢ οἱ μὲν ἀοίκητον, οἱ δὲ οἰκεῖσθαι λέγουσι.

Κλίμα τῆς γῆς εἶναι λέγεται τὸ μεταξὺ δύο παραλλήλων κύκλων διάστημα, ἐν ᾧ συμβαίνει τὴν τῆς μεγίστης ἡμέρας διαφορὰν γίνεσθαι τοῦ ἥμισυ τῆς ὥρας

ἴσην

ἰσημερινῆς. Καὶ εἰσὶ ταῦτα τὰ κλίματα ἐν ταῖς σὐνκράτοις ζώναις, ὧν τὰ βόρεια κλίματα λέγεται, τὰ δὲ νότια ἀντικλίματα. ἐςὶ δὲ ἑπτὰ κλίματα· τοῦ πρώτου μέσον ιγ ὡρῶν ἰσημερινῶν καὶ διὰ μερωῆς λέγεται. τοῦ δευτέρου μέσον ιγ ὡρῶν ἰσημερινῶν καὶ ἥμισυ, διὰ Συήνης. τὸ μέσον τοῦ τρίτου ιδ ὡρῶν ἰσημερινῶν. τὸ μέσον τοῦ τετάρτου ἔχει μεγίςην ἡμέραν ὡρῶν ἰσημερινῶν ιδ, καὶ τὸ ἥμισυ μιᾶς ὥρας. τὸ δὲ μέσον τοῦ πέμπτου ἔχει μεγίςην ἡμέραν, ὡρῶν ἰσημερινῶν ιε. τὸ δὲ μέσον τοῦ ἕκ τοῦ κλίματος ἔχει τὴν μεγίςην ἡμέραν ὡρῶν ἰσημερινῶν ιε, καὶ ἥμισυ μιᾶς ὥρας. ἔτι τὸ μέσον τοῦ ἑβδόμου κλίματος ἔχει τὴν μεγίςην ἡμέραν ὡρῶν ἰσημερινῶν ις. καὶ οὕτω οἱ παλαιοὶ ἀςρόνομοι τὰ κλίματα τῆς σὐνκράτου, καὶ βορείας ζώνης ἐπιλογίζουσι.

ΤΑ ΠΑΘΗ.

Πρῶτον μὲν οὖν ῥητέον περὶ δύσεως καὶ ἀνατολῆς τῶν ἄςρων. Τῶν ἄςρων τὰ μὲν ἐςὶν ἀειφανῆ· τὰ δὲ ποτὲ μὲν φανόμενα, ποτὲ δὲ ἀφανῆ γενόμενα· τὰ δὲ παντελῶς ἀφανῆ. Ἀειφανῆ μὲν οὖν ἐςὶ τὰ ἐντὸς τοῦ ἀρκτικοῦ κατὰ μὲν τοὺς ἕλληνας· κατὰ δὲ τοὺς νεωτέρους τὰ ἐντὸς τοῦ μεγίςου τῶν ἀεὶ φανερῶν κύκλων, οὐδέποτε γὰρ καταδύεται ταῦτα, ἐπειδὴ μηδὲ οἱ περιέχοντες αὐτὰ κύκλοι· ἀλλ᾽ εἰσὶν ἀεὶ ἐν τῷ ὑπὲρ γῆς ἡμισφαιρίῳ ἀειφανεῖς μετὰ τῶν ἐν αὐτοῖς ἄςρων· ἀφανῆ δὲ τὰ ἐντὸς τοῦ ἀνταρκτικοῦ κύκλου· ἢ, ὡς οἱ νεώτεροι λέγουσι, τὰ ἐντὸς τοῦ μεγίςου τῶν ἀεὶ ἀφανῶν κύκλων.

Τῶν δὲ λοιπῶν ἄςρων τὰ μὲν ποτὲ μὲν ἀνατέλλει

ποτὲ

ποτὲ δὲ δύνει. Δύσις δὲ ἄστρων ἐστὶ διττή, καὶ ἀνατολή· καὶ ἡ μὲν ἑῴα λέγεται, ἡ δ᾽ ἑσπερία. ἑῴα μὲν ἀνατολή, ὅταν συνανατέλλει τῷ ἡλίῳ τὰ ἄστρα· καὶ μὴ μετ᾽ αὐτοῦ. ἑσπερία δὲ ὅταν δύνοντος ἡλίου, ἀνατέλλῃ τινὰ τῶν ἄστρων. δύσις δὲ ἑῴα ἐστίν, ὅταν ἡλίου ἀνατέλλοντος δύνῃ τὰ ἄστρα τάδε, ἢ τάδε· ἑσπερία δὲ ὅταν συγκαταδύνῃ αὐτῷ.

Διαφέρει δὲ ἀνατολὴ ἐπιτολῆς. ἀνατολὴ μὲν γάρ ἐστιν ἡ ἅμα τῷ ἡλίῳ ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα ἀναφορά. ἐπιτολὴ δὲ ὅταν πρὸ ἡλίου ὑπὸ τὴν ἑῴαν ἀνατέλλει τὸ ἄστρον, εἶτα ἐπ᾽ αὐτῷ ὁ ἥλιος ἐπιτέλλει. δεῖ δὲ εἰδέναι, ὅτι πάσης ὥρας περιφερομένης καὶ περιδινουμένης τῆς σφαίρας· ἀνάγκη ἐστὶ καὶ τὰ ἄστρα παντὶ καιρῷ καὶ ἐν ἡμέρᾳ καὶ ἐν νυκτὶ εἶναι ἐν οὐρανῷ συμπεριδινούμενα· μὴ φαίνεσθαι δ᾽ ἐν ἡμέρᾳ τῇ ὑπερβολῇ τῆς λαμπρότητος τοῦ ἡλίου καλυπτόμενα. ἀνατολὴν δὲ οὐ λεκτέον ἄστρου, ἐὰν δευτέρᾳ ὥρᾳ ἢ τρίτῃ ἀναφέρεται ὑπὲρ γῆς, ἀλλὰ τότε μόνον ὅτε ἅμα ἡλίῳ ἀνατέλλει. ὁμοίως δὲ καὶ δύσιν ὅτε σὺν αὐτῷ δύνει.

Ἐστὶ τοίνυν ὀρθὴ σφαῖρα, ὅταν οἱ πόλοι τῆς σφαίρας οἵ τινές εἰσι καὶ τοῦ ἰσημερινοῦ· ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος ὦσιν· καὶ ὁ ὁρίζων διὰ τῶν πόλων τοῦ ἰσημερινοῦ τυγχάνων πρὸς ὀρθὰς αὐτῷ γίνεται. Ἔγκλισις δὲ τῆς σφαίρας ἢ σφαῖρα ἐγκεκλιμένη ἐστίν· ἐφ᾽ ὧν οἰκήσεων ὁ ἰσημερινὸς ἐγκέκλιται πρὸς τὸν ὁρίζοντα· τοῦτ᾽ ἐστίν, ἐφ᾽ ὧν οἰκήσεων οἱ πόλοι τῆς σφαίρας, οὐκ εἰσὶ ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος. ὅταν γὰρ οἱ πόλοι τοῦ ἰσημερινοῦ οὐκ εἰσὶν ἐπὶ τοῦ ὁρίζοντος, τότε καὶ ὁ ἰσημερινὸς ἐγκέκλιται

πρὸς τὸν ὁρίζοντα. διὸ καὶ ἐγκλίσεις τοιαύτας θέσεις καλοῦσι.

Αναφορὰ οὖν ἐστὶν ἡ τοῦ ἰσημερινοῦ περιφέρεια, ἣ καὶ συναναστέλλει τῇ τοῦ ζωδιακοῦ περιφερείᾳ. καταφορὰ δὲ ἡ τοῦ ἰσημερινοῦ περιφέρεια, ἣ καὶ συγκαταδύει τῇ τοῦ ζωδιακοῦ περιφερείᾳ. Ετι δὲ χρόνος ἐστὶ τὰ τοῦ ἰσημερινοῦ τμήματα. Διὰ τὸ περὶ τοὺς τούτου πόλους τὴν ἀπ' ἀνατολῆς ἐπὶ δυσμὰς φορὰν τῶν ὅλων ὁμαλῶς φέρεσθαι, καὶ ἀναγκαῖον εἶναι τὰς καταμετρήσεις τῶν χρόνων, ἐπί τινος ὁμαλῶς καὶ τεταγμένως φερομένου μεγίστου κύκλου καταμετρεῖσθαι.

Τῶν ἐν ταῖς δυσὶν εὐκράτοις ζώναις οἰκούντων ἵνα σαφέστερον διέλωμεν: οἱ μὲν εἰσὶν περίοικοι οἱ δ' αὐτοῖκοι οἱ δ' ἀντίχθονες οἱ δ' ἀντίποδες. περίοικοι μὲν ὅσοι τὴν αὐτὴν οἴκησιν οἰκοῦσιν: οἷον οἱ τὴν βόρειον οἰκοῦντες, περίοικοι εἰσὶν ἀλλήλοις. καὶ πάλιν οἱ τὴν νότιον περίοικοι εἰσὶν ἀλλήλοις. αὐτοῖκοι δὲ οἱ τὴν νότιον οἰκοῦντες τοῖς τὴν βόρειον οἰκοῦσι ζώνην, καὶ αὐτοικουμένη ἐστὶν ἡ βόρειος τῇ νοτίῳ: καὶ ἡ νότιος τῇ βορείῳ. ἀντίχθονες δὲ οἱ κατὰ διάμετρον ἐν ταῖς ὁμοίαις ζώναις οἰκοῦντες: οἷον ἐν τῇ βορείῳ ἐν τῷ ὑπὲρ γῆς ἡμισφαιρίῳ. ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ νοτίῳ.

Αντίποδες δὲ οἱ κατὰ διάμετρον ἐν ταῖς ἐναντίαις ζώναις οἰκοῦντες, οἷον τῶν πρὸς τῷ καρκίνῳ οἰκούντων ἀντίποδες εἰσὶν οἱ πρὸς τῷ αἰγοκέρωτι.

Τῶν δὲ ἐν ταῖς οἰκήσεσιν οἱ μὲν εἰσὶν ἄσκιοι, οἱ δὲ βραχύσκιοι οἱ δὲ μακρόσκιοι οἱ δὲ ἑτερόσκιοι οἱ δὲ ἀντίσκιοι οἱ δὲ ἀμφίσκιοι. Ασκιοι μὲν οἱ κατὰ κορυ-

φὴν

φὴν ὥραν ἕκτην τὸν ἥλιον ἔχοντες ὥσπερ γὰρ εἴ τις στῦλον ἀνάψας ὀρθὸν στήσειε· τούτου οὐκ ἂν γένοιτο σκιὰ οὕτως, οὐδὲ τῶν ὑπὲρ κορυφῆς ἐχόντων τὸν ἥλιον μεσουρανοῦντα γένοιτο ἄν. εἰσὶ δὲ οὗτοι οἱ τὸν ἰσημερινὸν οἰκοῦντες οὗτοι ἡλίου γενομένου ἐν κριῷ ἢ ἐν χηλαῖς τότε κατὰ κορυφὴν ἔχουσι τὸν ἥλιον.

Φασὶ δὲ ἐν Συήνῃ καὶ ἐλεφαντίνῃ ἀσκίους γίνεσθαι ὅτε ὁ ἥλιος γίνεται ἐν καρκίνῳ περὶ ὥραν ἕκτην. βραχύσκιοι δὲ οἱ τὸν ἥλιον ὀλίγον ἀφεστῶτα ἔχοντες. μακρόσκιοι δὲ, οἱ πόῤῥω αὐτὸν ἔχοντες. ἑτερόσκιοι δὲ οἱ ἐν ταύτῃ τῇ οἰκουμένῃ οἰκοῦντες. ἐπειδὴ ἐπὶ τὸ ἕτερον μέρος ἡ σκιὰ ἡμῶν τρέπεται, λέγω δὲ ἐν δεξιᾷ ἐπὶ τὸ βόρειον. ὁμοίως καὶ οἱ ἀντοίκοι ἑτερόσκιοί εἰσιν ἐπειδὴ καὶ τούτων ἡ σκιὰ ἐπὶ τὸ ἀριστερὸν μέρος τὸ νοτιώτερον τρέπεται. ἀντίσκιοι δὲ οἱ ἐν τῷ βορείῳ, ἐπειδὴ τὰς σκιὰς ἐναντίας ἔχουσιν. Οἱ μὲν εἰς τὰ δεξιὰ μέρη αὐτῶν· οἱ δὲ εἰς τὰ ἀριστερὰ, διὰ τὸ μέσον εἶναι αὐτῶν τὸν ἥλιον. ἀμφίσκιοι δὲ γίνονται οἱ ὑπὸ τὸν ἰσημερινὸν κύκλον οἰκοῦντες, οἱ δὲ αὐτοὶ καὶ ἄσκιοι εἰσίν. ὅτε δὲ ἀφίκηται αὐτῶν ἀπὸ κριοῦ εἰς ταῦρον καὶ τὰ ἑξῆς ζώδια· τὴν αὐτὴν σκιὰν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ εὐώνυμα μέρη. ὅτε δὲ ἀπὸ τῆς ἰσημερίας τῆς ἐν χηλαῖς ὁ ἥλιος γένηται ἐν σκορπίῳ. καὶ τοῖς ἑξῆς ζωδίοις, τότε ἡ σκιὰ αὐτῶν ἐπὶ τὰ δεξιὰ μέρη ἐκπέμπεται, ὥστε συμβαίνειν τοὺς τῇδε οἰκοῦντας ποτὲ μὲν ἀσκίους γίνεσθαι ὅταν, ἐν χηλαῖς ἢ κριῷ ὁ ἥλιος ὢν· κατὰ κορυφὴν αὐτῶν ᾖ, ποτὲ δὲ ἐν ἀριστερᾷ ἔχειν τὴν σκιὰν, ὅτε ἐν σκορπίῳ καὶ τοῖς ἑξῆς ὁ ἥλιος γίνεται. τινες δὲ καὶ περισκι-

ρισκίους τοὺς περὶ αὐτοὺς κύκλῳ ἔχοντας τὴν σκιὰν εἶναι βούλονται, καὶ εἰσὶν οἱ ὑπὸ τοῖς πόλοις οἰκοῦντες ἐν αἷς οἰκήσεσιν καὶ εἰς ἡμέραν, καὶ νύκτα ὁ ἐνιαυτὸς διαιρεθήσεται. ὁρίζοντος μὲν γινομένου παρ' αὐτοῖς τοῦ ἰσημερινοῦ, ζῳδίων δὲ ἓξ διὰ παντὸς τῶν αὐτῶν ὑπὲρ γῆς ὄντων, καὶ ἓξ ὑπὸ γῆν. κύκλον οὖν περιγράφουσαι παρ' αὐτοῖς. αἱ σκιαὶ περισκίους αὐτοὺς ποιοῦσιν, παραπλησίως τοῖς κύκλοις ἐν τοῖς ἀπὸ τοῖς πόλοις κλίμασι στρεφομένου τοῦ κόσμου.

Επειδὴ διὰ τοῦ ζῳδιακοῦ κύκλου πάντες οἱ πλανῆται φέρονται, καὶ ἄλλοτε μὲν βορείῳ ἄλλοτε δὲ τῷ νοτίῳ πελάζουσιν: μόνος μέν τοι ὁ ἥλιος διὰ μέσου τοῦ μέσου κινεῖται, οὔτε τῷ βορείῳ οὔτε τῷ νοτίῳ πελάζων, καὶ τοῦ μὲν κόσμου αὐτοῦ, καὶ τοῖς βορείοις, καὶ τοῖς νοτίοις προσέρχεται μέρεσιν, ἀπὸ τροπῶν ἐπὶ τροπὰς ἰών: αὐτοῦ δὲ τοῦ ζῳδιακοῦ ἐν δ' ἑτέροις ἀλλὰ τὸν μεσαίτατον αὐτοῦ τέμνει κύκλον κατὰ τὴν πορείαν, ὅθεν καὶ ἡλιακὸς οὗτος κέκληται. οἱ δὲ λοιποὶ πλάνητες τοῦ κόσμου περιέρχονται τοῖς βορείοις τε καὶ νοτίοις μέρεσιν καὶ αὐτοῦ τοῦ ζῳδιακοῦ κύκλου ἑλικοειδῶς ἐν αὐτῷ κινούμενοι. διότι καὶ ὁ τῆς σελήνης κύκλος τῷ ζῳδιακῷ ὑποβεβλημένος, καὶ παρ' ὅλον αὐτὸν ἐγκεκλιμένος τὸν διὰ μέσων τῶν ζῳδίων κατὰ δύο σημεῖα τέμνει ἀναγκαίως. καλεῖται δὲ ἡλιακὸς καὶ ἐκλειπτικός, καὶ ταύτας τὰς τομὰς οἱ μὲν συναφάς, οἱ δὲ συνδέσμους καλοῦσι.

Εν γοῦν συνόδῳ ἐκλείπει ὁ ἥλιος ἐπιπροσθούσης τῆς σελήνης αὐτῷ ἐν τοῖς συνδέσμοις ἢ ἔγγιστα, καὶ ἐστὶν

αἰα

ἡ ἔκλειψις ἡ ἡλιακὴ οὐκ αὐτοῦ τοῦ ἡλίου πάθος, ἀλλὰ τῆς ἡμετέρας ὄψεως. μέσης γὰρ γινομένης τῆς σελήνης ἡμῶν, καὶ τοῦ ἡλίου, οὐ δύναται ἡ ὄψις ἡμῶν ἐπιβάλλειν τῷ ἡλίῳ ὑπὸ τῆς σελήνης ἐπιπροσθουμένῳ. ἡ δὲ σεληνιακὴ ἔκλειψις αὐτῆς πάθος ἐστὶ τῆς σελήνης. ὁπόταν γὰρ περιπέσῃ τῇ σκιᾷ τῆς γῆς, στέρεται τοῦ ἡλιακοῦ φωτὸς ὑπὸ τῆς γῆς ἐπισκοτουμένη. τοῦτο δὲ συμβαίνει ὁπόταν ἐπὶ μιᾶς εὐθείας γένηται ὅ, τε ἥλιος, καὶ ἡ γῆ, καὶ ἡ σελήνη, μέσης τῆς γῆς γενομένης. ὅπερ ἐν μόνῃ τῇ πανσελήνῳ συμβαίνειν δυνατόν. ὁπόταν μὲν οὖν ἡ σελήνη διαμετροῦσα τὸν ἥλιον ἢ ἐν τοῖς δεξιοῖς καὶ βορείοις, ἢ ἐν τοῖς ἐναντίοις τοῦ ζωδιακοῦ εὑρεθείη: ἐκφεύγει τὴν σκιὰν τῆς γῆς, καὶ διὰ τοῦτο οὐ κατὰ πᾶσαν πανσέληνον ἐκλείπει. ὁπόταν δὲ διαμετροῦσα τὸν ἥλιον οὕτως εὑρεθῇ ὡς μίαν εὐθεῖαν δύνασθαι διεκβάλλεσθαι διὰ τῶν κέντρων τοῦ τε ἡλίου, καὶ τῆς γῆς, καὶ τῆς σελήνης. τότε ἀκριβῶς ἐμπίπτουσα τῇ σκιᾷ τῆς γῆς, τελείαν ἔκλειψιν ποιεῖται.

Καὶ ἐπεὶ περὶ τοῦ συνόδου καὶ πανσελήνου εἴπομεν: ῥητέον τι περὶ τοῦ σχήματος τῆς σελήνης. οἱ παλαιότατοι τοίνυν τῶν φυσικῶν τε καὶ ἀστρολόγων ἤδεσαν ὅτι ἀπὸ τοῦ ἡλίου ἡ σελήνη τὸ φῶς ἔχει. ὡς δῆλον ἐκ τῆς ἐτυμολογίας τοῦ ὀνόματος αὐτῆς, οὕτως ὀνομασμένης ἐκ τοῦ σέλας αὐτὴν νέον ἔχειν ἀεί, καὶ ἐκ τοῦ ἐπιδιδόσθαι δᾷδας τοῖς εἰς τὰ ἀρθεμίσια εἰσιοῦσι. τοῦτο μὲν γὰρ σύμβολόν ἐστι τοῦ ἔξωθεν ἔχειν τὴν σελήνην τὸ φῶς. οἱ μὲν οὖν παλαιοὶ τρία εἶναι περὶ τὴν σελήνην σχήματα ἔφασαν, τὸ μηνοειδὲς, τὸ διχότο-

μεν, τὸ πεπληρωμένον· ὅθεν καὶ τριπρόσωπον τὴν ἄρτεμιν ποιεῖν ἔθος ἐστίν. οἱ δὲ νεώτεροι προσέθεσαν τοῖς τρισὶ τὸ νῦν καλούμενον ἀμφίκυρτον, ὃ μεῖζον μὲν ἐστὶ τοῦ διχοτόμου, μεῖον δὲ τοῦ πανσελήνου.

Γίνεται δὲ σελήνη κατὰ μῆνα ἕκαστον. γέννα δὲ τῆς σελήνης καὶ ἀνατολὴ διαφέρει, μετὰ γὰρ τρεῖς ἢ τεσσάρας τοῦ γεννηθῆναι ἡμέρας φαίνεται, καὶ οὐχ ἅμα τῷ γεννηθῆναι· ἀνατέλλει δὲ οὐχ ὅλον τὸ φῶς ἔχουσα περιφερὲς, ἀλλὰ μηνοειδής, μέχρι δὲ ἡμίσεως αὐξηθεῖσα· γίνεται διχότομος. ἐὰν ᾖ τὸ δίμοιρον περιφωτισθῇ, καλεῖται ἀμφίκυρτος, πληρωθεῖσα δὲ γίνεται πληροσέληνος, καὶ πανσέληνος, καὶ διχομηνής. πέντε καὶ δεκάτῃ γὰρ ἐστὶ πληρωθεῖσα, ὅ ἐστιν ἥμισυ μηνὸς· διχοτομούνων τῶν λ ἡμερῶν. καὶ πάλιν αὖ ἀπὸ τῆς πανσελήνου ἄρχεται μειοῦσθαι, καὶ γίνεται πρῶτον ἀμφίκυρτος, εἶτα διχομηνής, εἶτα μηνοειδής, καὶ ταῦτα περὶ τούτων.

Διαφέρει μεταρσίων τὰ μετέωρα, ἦ τὰ μὲν μετέωρα ἐν οὐρανῷ, καὶ αἰθέρι ἐστίν· ὡς ἥλιος καὶ τὰ λοιπὰ, καὶ οὐρανὸς, καὶ αἰθήρ· μετάρσια δὲ τὰ μεταξὺ τοῦ ἀέρος καὶ τῆς γῆς. οἷον ἄνεμοι, νεφέλαι, ὄμβροι, ἀστραπαὶ, βρονταὶ, κομῆται, δοκίδες, πωγωνίαι, λαμπάδες, ἴριδες, ἅλωες, διάττοντες, ῥυμοὶ, ῥύακες. λεκτέον τι περὶ μεταρσίων. περὶ γὰρ μετεώρων προείρηται. πρῶτον δὲ περὶ ἀνέμων εἴπωμεν.

Ἀναξίμανδρος τοίνυν ῥύσιν ἀέρος τὸν ἄνεμον εἶπε, τινὲς δὲ ἀναθυμίασιν ἀέρος, ἄλλοι δὲ διαφέρειν ἀνέμων λέγουσιν αὔρας. ἄνεμον γὰρ εἶναι ῥύσιν ἀέρος, αὔ-

ραν δὲ ἀναθυμίασιν γῆς καὶ τοὺς μὲν ἐκ νεφῶν λέγουσιν εἶναι ἀνέμους καὶ καλεῖσθαι ἐκνεφίας· τοὺς δὲ ἀπὸ γῆς φερομένους, ἀπογέους· τοὺς δὲ ἀπὸ ποταμῶν ἐνυδρίας· τοὺς δὲ ἀπὸ κόλπων κολπείας, ἀπὸ δὲ ὀρῶν ὀρίας ἢ ὀρεστίας. καὶ γὰρ παρὰ Ἀριστοτέλει ἐν τῷ περὶ ἀνέμων, καὶ παρὰ Καλλιμάχῳ οὕτως ὀνομάζονται· ὥστε. καὶ ἀπὸ τόπων τινῶν φασὶ τινὰς λέγεσθαι οἷον καικίαν τὸν ἀπὸ Καΐος ποταμοῦ πνέοντα, καὶ Σκείρωνα τὸν ἀπὸ σκειρωνίδων πετρῶν, τίνες δὲ ἀπὸ ὁρμῆς ὠνομάσθησαν ὡς σφοδρῶς ῥέοντες καὶ ἡ μετὰ παλμοῦ τινος καὶ πηδήματος θύελλαι. οἱ δὲ ἀπὸ σχήματος, λέγονται, ὥσπερ οἱ μετὰ δινήσεως στρόβιλοι, καὶ οἱ κάτωθεν εἰς ὕψος φερόμενοι πρηστῆρες. ἐπραγματεύσατο δὲ περὶ ἀνέμων καὶ Ἐρατοσθένης. οἱ δὲ γενικώτατοι ἄνεμοι τέσσαρές εἰσι. καὶ ὁ μὲν ἀπὸ ἀνατολῶν πνέων καλεῖται ἀπηλιώτης, ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ ἀρκτικοῦ πόλου βορέας. ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ ἀνταρκτικοῦ νότος, ὁ δὲ ἀπὸ λύσεως ζέφυρος. ζέφος γὰρ ἡ λύσις κατὰ τοὺς ποιητάς. περὶ δὲ κομήτων καὶ δοκίδων ἐπραγματεύσαντο πολλοί· ὥσπερ καὶ Δημήτριος, εἰσὶ δὲ οὐκ ἐν οὐρανῷ ἀλλ' ἐν τῷ ἀέρι. οἱ μὲν οὖν κάτω τὸ φῶς ἔχοντες, καὶ τὰς μαρμαρυγὰς κάτω νενύσας καλοῦνται κομῆται. οἱ δὲ ἄνω τὸ φῶς νενευκὸς ἔχοντες καλοῦνται λαμπάδες. ὁπότε δὲ ἐπιμηκὲς ἔχουσι τὸ φῶς, καλοῦνται δοκίδες, ὁπότε δὲ αἱματῶδες φῶς ὁρᾶται, καλεῖται ἶρις.

Ὅταν δὲ περὶ τὸν ἥλιον ἢ κύκλος ἐνίοτε καὶ δύο καὶ τρεῖς γίνονται, ὅθεν καὶ Ἄρατος εἶπε τριέλικτον

ἁλώην, ἅλως καλεῖται, ἐὰν δ' ἀπὸ ἀστέρων ὦσις τοῦ φωτὸς γένηται ἐπὶ τὰ κάτω, καλοῦνται ῥυμοί, καὶ ῥύακες. οἱ δὲ ἀπὸ τόπου εἰς τόπον μετερχόμενοι καλοῦνται ᾄττοντες, καὶ διάττοντες. γίνεται δὲ τοῦτο τῶν ἀστέρων ὑπὸ πνεύματος τινασσομένων, καὶ οἷον εἰς σπινθῆρας ἀφιέντων. διὸ καὶ σημεῖον ἀνέμων εἶπεν Ἄρατος τοῦτο. ἀκολούθως δὲ ταύτῃ καὶ ὄνους λέγουσι περὶ τὸν καρκῖνον ἀστέρας εἶναι. τοὺς δὲ κομήτας καὶ τοὺς τοιούτους οἱ μὲν λέγουσι ἐξ ἀστέρων συνερχομένων γίνεσθαι, καὶ ἐμφωτιζομένων, οἱ δὲ ἐκ νεφῶν περιπεφωτισμένων. ἄλλοι δὲ ἐκ παρατρίψεως αὐτοὺς φωτίζεσθαι λέγουσιν. οὐ φαίνονται δὲ ἀεί, ἀλλὰ γίνονται κατὰ περιόδους χρόνων. ὅτε μὲν οὖν συγκρούονται αἱ νεφέλαι πρὸς ἀλλήλας βροντὰς ποιοῦσι. ῥαγεῖσαι δὲ καὶ πνεῦμα μετὰ ῥύμης καὶ σφοδρᾶς ὁρμῆς ἀφεῖσαι κεραυνοὺς ποιοῦσι· διὰ τῆς ῥύμης ἀναπτομένου τοῦ πνεύματος. ἀστραπαὶ δὲ γίνονται ἤτοι ἐξ αὐτῶν πάλιν τῶν νεφῶν, φωτὸς ἀναπτομένου καὶ σβεννυμένου, ἢ ἐκ πυρὸς μαρμαρυγαί εἰσιν ἐκπεμπόμεναι. ὄμβροι δ' ἐξ ὑγρᾶς ἀναδόσεως καὶ νεφελῶν ὑγρῶν γίνονται.

Ἐκ τῶν ὑδάτων οὖν τῆς γῆς γίνονται ἀναθυμιάσεις, ἡ μὲν ὑγρὰ καὶ ἀτμώδης, ἡ δὲ ξηρὰ καὶ καπνώδης, καὶ ἡ πλεονάζουσα ὑγρά, καὶ συνισταμένη νέφη· ποιεῖ, καὶ κατὰ μεταβολὴν ὑετοὺς καὶ ὄμβρους καὶ πνεύματα ὅσα ἐκ τούτων γίνεται. ἐστὶ δὲ ὁμίχλη νέφος ἄγονος ὕδατος, ἢ ἀτμώδης ἀναθυμίασις. ζόφος δὲ νέφος μέλαν τε καὶ πεπληρωμένον. αἰθρία δ' ἀὴρ ἀνέφελος καὶ ἀνόμιχλος. ἀχλὺς δὲ πάχος ἀέρος ἀσύστατον. κνήκις

δὲ νεφέλη λεπτοτάτη κενὴ ὕδατος. δρόσος δὲ ὑγρὸν ἐξ αἰθέρος αἰθρία κατὰ σύστασιν λεπτήν.

Ψακὰς δὲ ὕδωρ λεπτῶς διεστιασμένον ἐπὶ τῆς γῆς. ὑετὸς δὲ ψακὰς ἀδρὰ καὶ συνεχής. ὄμβρος δὲ συνεχής. ὄμβρος δὲ, μικρὰ συστήματα ὕδατος ἐκ νέφους κατὰ μεταβολήν.

Πάγος δὲ ἐστὶν ὕδωρ πεπηγὸς, πάχνη δὲ ἡμιπαγὴς δρόσος. χιὼν δὲ ὑετὸν ψακὸς ἐκ νέφει πεπηγότι νιφὰς δὲ ἐστὶ χιὼν πίπτουσα λεπτῶς. χάλαζα δ' ἐστὶν ὄμβρος πεπηγώς. Η δὲ ξηρὰ ἀναθυμίασις, ἐκ τοῦ ὑπὸ ψύχους μεγωσθεὶς ἀνέμους ἐμποιεῖ. ἐμπίπτουσα δὲ καὶ διάπυρος γενομένη κεραύνους. ἄθρια δὲ φερομένη ἡμίπυρος οὖσα, πρηστῆρας· μὴ πεπιρωμένη δὲ πῶς τυφῶνας. ἀνειμένη δὲ ἡ αὐτὴ ἐκνεφίας ποιεῖ. κέραυνος δὲ καὶ πρηστὴρ καὶ τυφὼν κατασκήψας ὁ σκηπτὸς λέγεται. τοσαῦτα μὲν οὖν ἀρκέσει ὡς ἐν ἐπιτομῇ περὶ τούτων εἰρῆσθαι.

ΤΑ ΤΗΣ ΜΟΥΣΙΚΗΣ ΤΕ ΚΑΙ Αρμονικῆς, ὀνόματα.

Μουσικὴ ἐστὶν εἴδησις μέλους καὶ τῶν περὶ μέλος συμβαινόντων. Μουσικὸς δὲ ὁ εἰδὼς τὰ κατὰ τῆς μελωδίας συμβαίνοντα πῶς ὑπάρχει, ἃ μὲν φύσει· ἃ δὲ τῇ ἡμετέρᾳ χρήσει. φύσει μὲν, αἵ τε ὀξύτητες, καὶ αἱ βαρύτητες, καὶ τὰ διαστήματα. χρήσει δὲ ἡ περὶ τοῦ φθόγγου ἠθοποιΐα. Σύγκειται δὲ ἡ μουσικὴ ἐκ φθόγγων, ἐκ μελῶν, καὶ συστημάτων.

Αρμο-

Ἁρμονική ἐστι δύναμις καταληπτικὴ τῶν ἐν τοῖς ψόφοις, περὶ τὸ ὀξὺ, καὶ βαρὺ διαφορῶν. Ψόφος δὲ πάθος ἀέρος πληττομένου, τὸ πρῶτον, καὶ γενικώτατον ἀκουστῶν.

Τὴν Μουσικὴν σύμπασαν διαιρεῖν εἰώθασιν· εἴς τε τὴν Ἁρμονικὴν καλουμένην πραγματείαν· εἴς τε τὴν ῥυθμικήν· καὶ τὴν μετρικήν· εἴς τε τὴν ὀργανικὴν, καὶ τὴν ἰδίως κατ' ἐξοχὴν ποιητικὴν καλουμένην· καὶ τὴν ὑποκριτικήν. Μουσικοὶ γὰρ λέγονται πάντες οἱ περὶ ταῦτα τεχνῖται. Τὰ μὲν οὖν ἄλλα μέρη τῆς μουσικῆς, τὰ νῦν παρείσθω· περὶ δὲ τῆς ἁρμονικῆς σκεπτέον, ἣ τάξει μὲν ὑπάρχει πρώτη· δύναμιν δὲ στοιχειώδη κέκτηται θεωρητικὴν, τῶν πρώτων οὖσαν ἐν μουσικῇ. ταῦτα δ' ἐστὶ φθόγγοι τε καὶ διαστήματα· καὶ τὰ ἐκ τούτων συστήματά τε τούτοις ἐπιφαινόμενα γένη· καὶ πάντα ὅσα συνεργεῖ· πρὸς τὴν τῶν τελείων λεγομένων συστημάτων ἐπίγνωσιν.

Ὁρίζονται δ' αὐτὴν, οἱ μὲν ἐπιστήμην θεωρητικὴν, τῆς τοῦ ἡρμοσμένου φύσεως· οἱ δὲ ἕξιν θεωρητικὴν τοῦ διαστηματικοῦ μέλους· καὶ τῶν τούτῳ συμβαινόντων· ὅπερ ἰδίως ἡρμοσμένον προσαγορεύεται· μελῳδούμενον ἐπὶ τῶν τελείων συστημάτων· ἃ δὴ τρόπους τε καὶ τόπους καλεῖν εἰώθαμεν. ὁ δὲ Πτολεμαῖος, δύναμιν αὐτὴν ἀποδέδωκεν καταληπτικήν· τῶν ἐν τοῖς ψόφοις, περὶ τὸ ὀξὺ, καὶ τὸ βαρὺ, διαφορῶν. Εἰς ταυτὸ δὲ συντείνειν δοκοῦσιν οἱ ὅροι. ἥ τε γὰρ καταληπτικὴ δύναμις, θεωρητική τις ἐστὶν ἕξις· ἡ αὐτὴ δὲ καὶ ἐπιστήμη κατὰ τὴν παλαιὰν χρῆσιν τοῦ ὀνόματος τῆς ἐπι-

στήμης. ἣν κοινῶς κατὰ πασῶν τῶν θεωρητικῶν προσαγόρευον ἕξεων. τό τε τῶν ἐν τοῖς ψόφοις περὶ τὸ ὀξὺ, καὶ τὸ βαρὺ διαφορῶν: οὐδὲν διαφέρει λέγειν ἢ τῆς τοῦ ἡρμοσμένου φύσεως: ἢ τοῦ διαστηματικοῦ μέλους. Ἐκ γὰρ τῶν τοῦ ὀξέος, καὶ τῶν τοῦ βαρέος: διαφορῶν συνίσταται τὸ ἡρμοσμένον: ὃ δὴ καὶ διαστηματικὸν κέκληται μέλος. οὕτω μὲν οὖν ἐξηγουμένοις, εἰς τὸ αὐτὸ συντείνειν δόξουσιν οἱ ὅροι.

Ἡ Κανονικὴ πραγματεία κατὰ τινας μᾶλλον ἐστὶ καθόλου, κατὰ τοὺς πυθαγορικούς. ἣν γὰρ νῦν Ἁρμονικὴν λέγομεν: ἐκεῖνοι κανονικὴν ὠνόμασεν. ἀπό τινος κανονικὴν αὐτὴν λέγομεν: οὐχ ὡς ἔνιοι νομίζουσιν ἀπὸ τοῦ κανόνος ὀργάνου παρονομασθεῖσαν: ἀλλ' ἀπὸ τῆς εὐθύτητος, ἢ καὶ ἀπὸ τοῦ εἶναι τῆς ὀρθότητος τῶν συμμετριῶν μέτρον. ὡς διὰ ταύτης τῆς πραγματείας τὸ ὀρθὸν τοῦ λόγου εὑρόντος: καὶ τὰ τοῦ ἡρμοσμένου παραπήγματα. Κανονικὴν γέτοι καλοῦσι, καὶ τὴν ἐπὶ συρίγγων, καὶ αὐλῶν, καὶ τῶν ἄλλων πραγματείαν. καί τοι τούτων μὴ κανονικῶν ὄντων: ἀλλ' ἐπεὶ αὐτοῖς ὀλίγοι, καὶ τὰ θεωρήματα ἐφαρμόζουσι: κανονικὰ καὶ ταῦτα προσαγορεύουσι. Μᾶλλον οὖν τὸ ὄργανον, ἀπὸ τῆς κανονικῆς πραγματείας κανὼν ὠνομάσθη: Κανονικὸς δ' ἐστὶ καθόλου ὁ ἁρμονικὸς, ὁ περὶ τοῦ ἡρμοσμένου ποιούμενος τοὺς λόγους. Διαφέρουσι δὲ μουσικοὶ καὶ οἱ κανονικοί: μουσικοὶ μὲν γὰρ λέγονται οἱ ἀπὸ τῶν αἰσθήσεων ὁρμώμενοι ἁρμονικοί. Κανονικοὶ δ' οἱ πυθαγορικοὶ ἁρμονικοί. Εἰσὶ δὲ ἑκάτεροι τῷ γένει μουσικοί.

Ἡ δὲ

Ἡ δὲ κατὰ τὸν κανόνα θεωρία σύγκειται ἐκ τῶν παρὰ τοῖς μουσικοῖς ὑποτιθεμένων· καὶ ἐκ τῶν παρὰ τοῖς μαθηματικοῖς λαμβανομένων. Τὰς ὑποθέσεις οὖν τῆς κανονικῆς, διορίσθεν ἄν τις· ὑπάρχειν τῇ τε περὶ τὴν μουσικὴν ἐπιστήμῃ· καὶ τῇ περὶ τοῦ ἀριθμοῦ, καὶ τὴν γεωμετρίαν.

Μέρη δὲ τῆς ἁρμονικῆς ἐστὶν ἑπτά. περὶ φθόγγων, περὶ διαστημάτων, περὶ γενῶν, περὶ συστημάτων, περὶ τόνων, περὶ μεταβολῆς, περὶ μελοποιΐας.

Φθόγγος μὲν οὖν ἐστὶ φωνῆς πτῶσις ἐμμελὴς ἐπὶ μίαν τάσιν.

Διάστημα δὲ, τὸ περιεχόμενον ὑπὸ δύο φθόγγων ἀνομοίων ὀξύτητι καὶ βαρύτητι.

Γένος δέ ἐστι ποιὰ τεττάρων φθόγγων διαίρεσις.

Σύστημα δ' ἐστὶ τὸ ἐκ πλειόνων ἢ ἑνὸς, διαστημάτων, συγκείμενον.

Τόνος δ' ἐστὶ τόπος τίς τῆς φωνῆς δεκτικὸς συστήματος, ἀπλατής.

Μεταβολὴ δέ ἐστιν ὁμοίου τινὸς εἰς ἀνόμοιον τόπον μετάθεσις.

Μελοποιΐα δ' ἐστὶ χρῆσις τῶν ὑποκειμένων τῇ ἁρμονικῇ πραγματείᾳ, πρὸς τὸ οἰκεῖον ἑκάστης ὑποθέσεως.

Πρῶτος μὲν οὖν τῶν παλαιῶν, ὅστις τὸ τοῦ ἡρμοσμένου συνεστήσατο τέλειον σύστημα ἦν· ὁ ἐκ Σάμου Πυθαγόρας. οὗτος γὰρ ἐν τοῖς ἀδύτοις τῶν κατ' Αἴγυπτον ἀνακτόρων τὴν τοῦ ὀρφέως ἀρχαιότροπον

ἑπτάχορδον λύραν, εὑρήμενος· ἣν Τέρπανδρος ἐκ Λέσβου εἰς Αἴγυπτον ἀφικόμενος ἐν ἐκείνοις ἀνέθετο. ἐπειδὰν πρὸς τοὺς ἐν αὐτῇ σοφοὺς ἱεροτελεστὰς παραγένοιτο· ὡς ἂν καὶ τὴν τῶν Αἰγυπτίων διδαχθείη σοφίαν· καὶ τῇ κατατομῇ αὐτῆς, ἄγαν προσεκτικῶς ἐπιστήσας τὸν νοῦν. καὶ καθ' οὓς λόγους αὕτη διῄρητο, εἰ καί τις ἄλλος, εὐστόχως κατειληφώς. ὁ οὖν Πυθαγόρας τὸ τοῦ ἡρμοσμένου τέλειον σύστημα πρῶτος συνιστηκὼς τοῦτο· ὃ καὶ ἐκ δυεῖν ὀκταχόρδων λυρῶν συνίσταται· ταυτὸν δ' εἰπεῖν ἐκ τῶν πεντεκαιδεκαχόρδων.

Ἐπειδὴ δὲ ἐν τῷ τελείῳ τοῦ ἡρμοσμένου συστήματι· ταυτὸ δ' εἰπεῖν, ἐν τῇ ὀργάνου αἰσθητῇ ἁρμονίᾳ· οὐ μόνον φθόγγοι· ἀλλὰ καὶ διαστήματα, καὶ γένη, καὶ μεταβολαί, καὶ τόνοι θεωροῦνται· ἀναγκαῖον ὡς ἐπίπαν ἐστί, καὶ περὶ ἑκάστου αὐτῶν βραχέα ἄττα διεξελθεῖν πρότερον· ἀλλὰ πρῶτον μὲν περὶ φθόγγου. καὶ γὰρ οὗτος ἀρχή ἐστι τῆς τοιαύτης ἁρμονίας· ὡς ἡ μονὰς τοῦ ἀριθμοῦ· τὸ δὲ σημεῖον τῆς γραμμῆς· καὶ τὸ νῦν τοῦ χρόνου.

Ἀλλ' πάλιν ὁ φθόγγος, ἢ πάντα τἆλλα ἐν φωνῆς θεωρεῖται ποιότητι· ἧς τῆς κατὰ τόπον κινήσεως διαφοραί εἰσιν δύο. καὶ γὰρ ἡ μὲν συνεχής ἐστιν, ἣ τάς τε ἀνέσεις, καὶ τὰς ἐπιτάσεις ἀφανεῖς ποιουμένη· οὐδαμοῦ τῇ αἰσθήσει δοκεῖ ἵστασθαι, ἢ μέχρι σιωπῆς. ἡ δὲ ἑτέρα διαστηματικὴ ἡ ἐναντίως κινεῖται τῇ συνεχεῖ· ἤτοι ἡ τὰς μὲν ἀνέσεις καὶ τὰς ἐπιτάσεις ἀφανεῖς ποιεῖται, τὰς δὲ τάσεις φανερὰς γε πάντη καὶ ἐναργεῖς. ἡ μὲν

οὖν

οὖν συνεχὴς λογική τις ἐστίν· ἡ δὲ διαστηματικὴ μελωδική.

Ἐστὶ δὲ ἐπίτασις μὲν, κίνησις συνεχὴς τῆς φωνῆς, ἐκ βαρυτέρου τόπου, ἐπὶ ὀξύτερον. Ἄνεσις δ᾽ ὁμοίως, κίνησις συνεχὴς τῆς φωνῆς, ἐξ ὀξυτέρου τόπου, ἐπὶ βαρύτερον, τούτων δ᾽ ἀποτέλεσμα, ὀξύτης καὶ βαρύτης, ἀλλ᾽ ὀξύτης μὲν ἐπιτάσεως, βαρύτης δὲ ἀνέσεως.

Τάσις δ᾽ ἐστὶ μονή τις καὶ στάσις τῆς φωνῆς. ταὐτὸ δ᾽ εἰπεῖν ὁμαλότης, ἢ ταυτότης τῆς κατὰ τόπον κινήσεως τῆς φωνῆς. Καὶ γὰρ τότε ἡμεῖς λέγομεν ἑστάναι τὴν φωνήν· ὅταν ἡμῖν ἡ αἴσθησις, αὐτὴ ἀποφαίνῃ· μήτε ἐπὶ τὸ ὀξὺ, μήτε ἐπὶ τὸ βαρὺ ὁρμῶσαν· ἀλλ᾽ ἐπὶ μιᾶς καὶ τῆς αὐτῆς μένουσαν τάσεως. φαίνεται δὴ τοῦτο ποιεῖν ἐν τῷ μελῳδεῖν ἡ φωνή. κινεῖται μὲν γὰρ ἐν τῷ διαστήματι ποιεῖν. ἵσταται δὲ ἐν τῷ φθόγγῳ ἔνθεν τε καὶ φθόγγοι αἱ τάσεις προσαγορεύονται.

Φθόγγος τοίνυν ἐστὶ ψόφος. ψόφος δὲ πάθος ἀέρος πλησσομένου, τὸ πρῶτον, καὶ γενικώτατον τῶν ἀκουστῶν. ἢ φθόγγος ἐστὶ, φωνῆς πτῶσις ἐμμελὴς ἐπὶ μίαν τάσιν. ἤτοι φωνὴ διαστηματική, καὶ γὰρ αὕτη ἐπιτηδεία πρὸς τὸ μέλος ἠχθέστηκε, τὸ δὲ ἐπὶ μίαν τάσιν τοῦ ὅρου προστέθειται· ἐπειδήπερ τὸ ὅλον μέλος, πτῶσις ἐστὶν ἐπὶ πολλὰς τάσεις· καὶ τοσαύτας ὅσας ἐν ἑαυτῷ περιέχει, κατὰ τὸ σύστημα· ὁ δὲ φθόγγος, ἕν τι μέρος ἐλάχιστον ὢν τοῦ μέλους· ἐξ ἀνάγκης καὶ τὴν ἐφ᾽ ἑαυτῷ γινομένην τάσιν μίαν ἔχει. Ἢ φθόγγος ἐστὶ φωνῆς ἐναρμόνιος τάσις. ἐναρμόνιος δὲ λέγεται· ἐπὰν δι᾽ αὐτὸ καὶ τοῦ ὀξέος ὀξύτερος εὑρεθῆναι· καὶ τοῦ βαρέος βα-

ρύτερος· καὶ ὁ αὐτὸς οὗτος, καὶ μέσος ἐστίν. Διὰ τοῦτο σύμφθογγος εἶναι λέγεται· οὐ πᾶσα φωνή, οὐδὲ πάσης φωνῆς τάσις· ἀλλ' ἡ ἐναρμόνιος· οἷον ὑπάτης, μέσης, νήτης καὶ τῶν λοιπῶν. Ἢ σαφέστερον εἰπεῖν· φθόγγος ἐστὶ μιᾶς χορδῆς ποιάτις ἀπήχησις. φθόγγοι δὲ εἰσὶ τῇ μὲν φύσει ἄπειροι· τῇ δὲ δυνάμει ταυτὸ δ' εἰπεῖν τῇ ἐν ὀργάνῳ ἐκφωνήσει, καὶ τάξει καθ' ἕκαστον γένος κατὰ Πτολεμαῖον πεντεκαίδεκα. καὶ τούτων οἱ μὲν εἰσὶν ἑστῶτες οἱ δὲ κινούμενοι. καὶ ἑστῶτες μὲν εἰσίν, ὅσοι ἐν ταῖς τῶν γενῶν διαφοραῖς, οὐ μεταπίπτουσιν· ἀλλὰ μένουσιν [illegible] μιᾶς τάσεως. Κινούμενοι δὲ οἱ τοὐναντίον πεπόνθασιν. ἐν γὰρ ταῖς τῶν γενῶν διαφοραῖς μεταβάλλουσι, καὶ οὐ μένουσιν ἐπὶ μιᾶς τάσεως. Τῶν δ' ἑστώτων οἱ μὲν εἰσὶ βαρύπυκνοι, οἱ δὲ ἄπυκνοι. βαρύπυκνοι τέσσαρες, οἱ δὲ ὑπάτη ὑπατῶν, ὑπάτη μέσων, παραμέση, νήτη διεζευγμένων. ἄπυκνοι τρεῖς, καὶ περιέχοντες τὰ τέλεια συστήματα. Προσλαμβανομένη, μέση, νήτη τῶν ὑπερβολαίων. Τῶν δὲ κινουμένων, οἱ μὲν εἰσὶ μεσόπυκνοι, οἱ δὲ ὀξύπυκνοι. οἱ δὲ διάτονοι.

Τὸ διάστημα διχῶς λέγεται. κοινῶς καὶ ἰδίως. καὶ κοινῶς μὲν, πᾶν μέγεθος τὸ ὑπό τινων περάτων ὁριζόμενον. Ἰδίως δὲ τὸ κατὰ μουσικήν, ὅπερ οὕτως ὁρίζεται. Διάστημα ἐστὶ μέγεθος φωνῆς ὑπὸ δυοῖν φθόγγων περιγεγραμμένον. ἢ διάστημα ἐστὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ δύο φθόγγων ἀνομοίων τῇ τάσει, ἤτοι ὀξύτητι, καὶ βαρύτητι. ἢ ὁδὸς ποία ἀπὸ βαρύτητος εἰς ὀξύτητα, ἢ ἀνάπαλιν. ἢ διάστημά ἐστι, τὸ ὑπὸ δύο φθόγγων ὡρισμένον, μὴ τὴν αὐτὴν ἐχόντων τάσιν, ἤτοι διαφορά

τις τάσεων· καὶ τόπος δεκτικὸς φθόγγων. ὀξυτέρων μὲν τῆς βαρυτέρας τῶν ὁριζουσῶν τὸ διάστημα τάσεων. βαρυτέρων δὲ τῆς ὀξυτέρας. διαφορὰ δ' ἐστὶν τάσεων· τὸ μᾶλλον καὶ ἧττον τετάσθαι. Η διάστημα ἐστὶ δυοῖν φθόγγων ἡ πρὸς ἀλλήλους ποιὰ σχέσις.

Τῶν δὲ διαστημάτων διαφοραὶ εἰσὶ πέντε, πρώτη μὲν καθ' ἣν μεγέθεσι ἀλλήλων διαφέρει. δευτέρα δὲ, καθ' ἣν τὰ σύμφωνα τῶν διαφώνων. τρίτη δὲ καθ' ἣν τὰ σύνθετα, τῶν ἀσυνθέτων. τετάρτη δὲ ἡ κατὰ γένος. πέμπτη δὲ καθ' ἣν διαφέρει τὰ ῥητὰ τῶν ἀλόγων.

Σύστημα ἐστὶ τὸ ἐκ πλειόνων ἢ ἑνὸς διαστημάτων συγκείμενον. τῶν δὲ συστημάτων διαφοραὶ εἰσὶν ἑπτά. τέσσαρες μὲν αἱ αὐταὶ τοῖς διαστήμασιν. ἥτε κατὰ μέγεθος, καὶ ἡ κατὰ γένος, καὶ ἡ τοῦ συμφώνου, καὶ διαφώνου, καὶ ἡ τοῦ ῥητοῦ, καὶ ἀλόγου. τρεῖς δὲ ἴδιαι τῶν συστημάτων διαφοραὶ εἰσὶν, ἡ τοῦ ἑξῆς καὶ ὑπερβάτου· καὶ ἡ τοῦ συνημμένου, καὶ διεζευγμένου· καὶ ἡ τοῦ ἐμμεταβόλου, καὶ ἀμεταβόλου.

Γένος ἐστὶ ποία τεσσάρων φθόγγων ταυτὸ δ' εἰπεῖν τετραχόρδου διαίρεσις. Η γένος ἐστὶ μέλος, ἦθος καθολικόν τι παρεμφαῖνον· καὶ ἔχον παρ' ἑαυτῷ διαφόρους ἰδέας. Γένη δὲ μελῳδίας ἐστὶ τρία. ἁρμονία, χρῶμα, διάτονον. ἐν τῆς τῶν διαστημάτων ἐγγύτητος, ἢ μακρότητος λαμβάνοντα τὰς διαφοράς.

Τόνος ἐστὶ τόπος τις τῆς φωνῆς δεκτικὸς συστήματος ἀπλατής. Λέγεται δὲ τετραχῶς. καὶ γὰρ ὡς φθόγγος, καὶ ὡς διάστημα, καὶ ὡς τόπος φωνῆς, καὶ ὡς τάσις.

Καὶ

Καὶ κατὰ μὲν τὸν Ἀριστόξενον, τόνοι εἰσὶ τρισκαίδεκα. ὁ ὑποδώριος, ὁ ὑποϊάστιος, ὁ ὑποφρύγιος, ὁ ὑποαιόλιος, ὁ ὑπολύδιος, ὁ δώριος, ὁ ἰάστιος, ὁ φρύγιος, ὁ αἰόλιος, ὁ λύδιος, ὁ μιξολύδιος, ὁ καὶ ὑπερδώριος, ὁ ὑπεριάστιος, καὶ ὁ ὑπερμιξολύδιος, ὁ καὶ ὑπερφρύγιος. κατὰ δὲ τὸν πτολεμαῖον ὀκτώ. ὁ ὑποδώριος, ὁ ὑποφρύγιος, ὁ ὑπολύδιος, ὁ δώριος, ὁ φρύγιος, ὁ λύδιος, ὁ μιξολύδιος, καὶ ὁ ὑπερμιξολύδιος. Εἰδέναι δὲ χρὴ ὅτι τῷ γένει, τόνοι ἀρχαιότατοι τρεῖς εἰσί. Δώριος, Φρύγιος, Λύδιος. Καλοῦνται δὲ οὗτοι παρὰ τὰς ἀφ᾽ ὧν ἤρξαντο ἐθνῶν ὀνομασίας. Τούτων δὲ ὁ μὲν Δώριος, πρὸς τὰ βαρύτερα τῆς φωνῆς ἐνεργήματα χρήσιμος. ὁ δὲ λύδιος πρὸς τὰ ὀξύτερα: ὁ δὲ φρύγιος, πρὸς τὰ μέσα. οἱ δὲ λοιποὶ μᾶλλον ἐν ταῖς ὀργανικαῖς θεωροῦνται συνθέσεσιν.

Μεταβολή ἐστιν, ὁμοίου τινὸς, εἰς ἀνόμοιον τόπον μετάθεσις. ἢ ἀλλοίωσις τοῦ ὑποκειμένου συστήματος: καὶ τοῦ τῆς φωνῆς χαρακτῆρος. μεταβολὴ δὲ λέγεται τετραχῶς. καὶ γὰρ κατὰ γένος, καὶ κατὰ σύστημα, καὶ κατὰ τόνον, καὶ κατὰ μελοποιΐαν, καὶ ταῦτα περὶ τούτων.

Τὰ δὲ τοῦ μουσικοῦ τε, καὶ ὀργανικοῦ μέλους ὀνόματα ὡς συνελόντι φάναι δεκαδύο ἐστί. Πρόληψις, ἐκληψις, προλημματισμὸς, ἐκλημματισμὸς, μελισμὸς, πρόκρουσις, ἔκκρουσις, προκρουσμὸς, ἐκκρουσμὸς, κομπισμὸς, τερετισμὸς, καὶ διαστολή. Πρόληψις μὲν οὖν ἐστιν, ἐκ τοῦ βαρυτέρου φθόγγου, ἐπὶ τὸ ὀξύτερον κατὰ μουσικὸν μέλος ἐπίτασις, ἤτοι ἀνάδοσις. ἥντινες καλοῦσιν ὑφ᾽ ἓν ἔσωθεν, τοῦτο δὲ οὐχ ἁπλῶς, ἀλλὰ ποικίλους πέ-

φυκε

φωνῆ γίγνεσθαι, ἀμέσως τε καὶ ἐμμέσως.

Ἔκληψις δὲ τὰ ὑπεναντία τούτοις: ἤτοι ἡ ἀπὸ τοῦ ὀξυτέρου φθόγγου, ἐπὶ τὸ βαρύτερον, κατὰ μουσικὸν μέλος ἄνεσις. γίνεται δὲ καὶ τοῦτο οὐχ ἁπλῶς, ἀλλὰ ποικίλως, ἤτοι ἀμέσως τε καὶ ἐμμέσως.

Προλημματισμὸς δ' ἐστὶν, ὅταν τοῦ αὐτοῦ φθόγγου δὶς κατὰ μουσικὸν μέλος λαμβανομένου: μέσος ὀξύτερος φθόγγος ὁμοίως, κατὰ μουσικὸν μέλος παραλαμβάνηται. γίνεται δὲ καὶ οὗτος οὐχ ἁπλῶς, ἀλλὰ ποικίλως ἤτοι ἀμέσως τε καὶ ἐμμέσως, καθάπερ, καὶ ἡ πρόληψις γίνεται.

Ἐκλημματισμὸς δὲ τὰ ὑπεναντία τούτοις, ἤτοι ὅταν τοῦ αὐτοῦ φθόγγου, κατὰ μουσικὸν μέλος παραλαμβάνηται. γίνεται δὲ καὶ οὗτος οὐχ ἁπλῶς ἀλλὰ ποικίλως ἤτοι ἀμέσως τε, καὶ ἐμμέσως. καθάπερ καὶ ἡ ἔκληψις γίνεται.

Μελισμὸς δὲ, ὅταν τὸν αὐτὸν φθόγγον πλεονάκις ἢ ἅπαξ κατὰ μουσικὸν μέλος, μετά τινος ἐμφθόγγου συλλαβῆς παραλαμβάνωμεν.

Πάλιν πρόκρουσις μὲν ἐστὶν, ἐκ τοῦ βαρυτέρου φθόγγου, ἐπὶ τὸ ὀξύτερον κατὰ μέλος ὀργανικὸν ἐπίτασις. ἤτοι ἀνάδοσις. ἥν τινες καλοῦσιν ὑφ' ἓν ἔσωθεν. γίνεται δὲ καὶ αὕτη οὐχ ἁπλῶς ἀλλὰ ποικίλως: ἤτοι ἀμέσως τε καὶ ἐμμέσως καθάπερ καὶ ἡ πρόληψις γίνεται.

Ἔκκρουσις δὲ τὰ ὑπεναντία τούτοις, ἤτοι ἀπὸ τοῦ ὀξυτέρου φθόγγου, ἐπὶ τὸ βαρύτερον κατὰ μέλος ὀργανικὸν ἄνεσις. ἥν τινες καλοῦσιν ὑφ' ἓν ἔξωθεν. γίνεται δὲ καὶ αὕτη οὐχ ἁπλῶς, ἀλλὰ ποικίλως, ἤτοι ἀμέσως

τε καὶ ἐμμέσως· καθάπερ καὶ ἡ ἔκληψις γίνεται.

Προκρουσμὸς δὲ ὅταν τοῦ αὐτοῦ φθόγγου δὶς κατὰ μέλος ὀργανικὸν λαμβανομένου, μέσος ὀξύτερος φθόγγος ὁμοίως κατὰ μέλος ὀργανικὸν παραλαμβάνηται· γίνεται δὲ καὶ οὗτος οὐχ ἁπλῶς, ἀλλὰ ποικίλως· ἤτοι ἀμέσως τε καὶ ἐμμέσως· καθάπερ καὶ ὁ προλημματισμὸς γίνεται.

Εκκρουσμὸς δὲ ὅταν τοῦ αὐτοῦ φθόγγου δὶς κατὰ μέλος ὀργανικὸν λαμβανομένου μέσος φθόγγος, ὁμοίως κατὰ μέλος ὀργανικὸν παραλαμβάνηται· γίνεται δὲ καὶ οὗτος οὐχ ἁπλῶς ἀλλὰ ποικίλως· ἤτοι ἀμέσως τε καὶ ἐμμέσως· καθάπερ καὶ ὁ ἐκλημματισμὸς γίνεται.

Κομπισμὸς δὲ ὅταν τὸν αὐτὸν φθόγγον πλεονάκις ἢ ἅπαξ, κατὰ μέλος ὀργανικὸν παραλαμβάνωμεν. Εἰδέναι μέντοι χρὴ ὅτι τὸν κοινὸν σχηματισμὸν ἐκ τῆς συνθέσεως τοῦ μελισμοῦ, καὶ τοῦ κομπισμοῦ ἔνιοι καλοῦσι τερετισμόν.

Η δὲ Διαστολὴ ἐπί τε τῆς ᾠδῆς, καὶ τῆς κρουματογραφίας, παραλαμβάνεται· ἀναπαύουσα, καὶ χωρίζουσα τὰ προάγοντα, ἀπὸ τῶν ἐπιφερομένων. δεῖ δὲ μηδὲ τοῦτο τοὺς φιλοπόνους ἀγνοεῖν· ὅτι τῶν εἰρημένων τοῦ μέλους δεκαδύο ὀνομάτων· ἡ μὲν πρόληψις, καὶ ἡ ἔκληψις, καὶ ὁ προλημματισμὸς, καὶ ὁ ἐκλημματισμὸς, καὶ ὁ μελισμὸς τοῦ μουσικοῦ μέλους εἰσίν. ἡ δὲ πρόκρουσις, καὶ ἡ ἔκκρουσις, καὶ ὁ προκρουσμὸς, καὶ ὁ ἐκκρουσμὸς, καὶ ὁ κομπισμὸς τοῦ ὀργανικοῦ. ὁ δὲ τερετισμὸς κοινὸς τοῦ τε μουσικοῦ, καὶ ὀργανικοῦ. Καὶ γὰρ ὅταν τις τῷ μὲν στόματι ᾄδῃ· τοῖς δὲ δακτύλοις ἢ τῷ

πλήκτρῳ τὰς χόρδας, κατὰ τὸ μέλος κρούῃ· τότε τερετίζειν λέγεται· ἢ μᾶλλον τότε τις ἀληθῶς τερετίζειν λέγεται. ἐπειδὰν οὐ μόνον τὸ ὀξύτερον μέρος τοῦ μέλους, ἤτοι τὸ τῶν νητῶν τετράχορδον μετ' ᾠδῆς ἅμα καὶ κρούσεως διεξέρχοιτο· ἀλλὰ καὶ τὸ βαρύτερον· ἤτοι τὸ τῶν ὑπατῶν. οὕτω καὶ γὰρ ἐναργῶς τερετίζειν οἱ τέττιγες φαίνονται.

Ἐπεὶ δὲ περί τε φθόγγων, καὶ διαστημάτων, καὶ γενῶν, καὶ τόνων, καὶ μεταβολῶν, καὶ τινῶν ἄλλων πρὸς τούτοις οὐ σμικρὸν, συντεινόντων, πρὸς τὴν τοῦ ἡρμοσμένου κατάληψιν, τὰ εἰκότα ἤδη συμμέτρως, ὡς ἐνῆν διεξήλθομεν· ἀναγκαῖον ἂν εἴη λοιπὸν, καὶ περὶ μελοποιΐας διεξελθεῖν· ὅσα δὴ ὁ προσήκων αὐτῇ σύντομος ἀπαιτεῖ λόγος· καὶ γὰρ δι' αὐτῆς ὡς καὶ διὰ πάντων τῶν εἰρημένων ἡ περὶ τὸ ἡρμοσμένον πραγματεία προσδεθεῖσα· τὸ οἰκεῖον τέλος παραχρῆμα λήψεται. Ἀλλ' ἐπείπερ περὶ μελοποιΐας τὸν λόγον ποιεῖσθαι μέλλομεν· χρὴ πρότερον μὲν περὶ μέλους βραχέα διαλαβεῖν· ἔπειτα δὲ περὶ αὐτῆς τὸν προσήκοντα λόγον ποιήσασθαι. ὁ γὰρ μὴ πάντως εἰδὼς, τίς ἡ τοῦ μέλους φύσις καθέστηκεν· οὗτος οὐ ῥᾴδιον ἂν ἔχοι συνιδεῖν ἀληθῶς, τὰ περὶ αὐτῆς μέλλοντα λέγεσθαι.

Μέλος τοίνυν ἐστὶ τέλειον μὲν τὸ ἔκ τε ἁρμονίας, καὶ ῥυθμοῦ, καὶ λέξεως συνεστηκός. ἤτοι ὀξύτητος, καὶ βαρύτητος, ταχύτητος καὶ βραδύτητος, μακρότητος, καὶ βραχύτητος. Ἰδιαίτερον δὲ ὡς ἐν ἁρμονικῇ πλοκῇ φθόγγων ἀνομοίων, ὀξύτητι, καὶ βαρύτητι. ταὐτὸ δ'

εἰπεῖν

εἰπεῖν ἄνεσις, καὶ ἐπίτασις δὲ ἐμμελῶν φθόγγων γινομένη.

Τοῦ δὲ μέλους, τὸ μὲν ἐστὶ λογῶδες, τὸ δὲ μουσικόν. λογῶδες μὲν οὖν ἐστὶ, τὸ συγκείμενον, ἐκ τῶν προσῳδιῶν τῶν ἐν τοῖς ὀνόμασι. φυσικὸν γὰρ τὸ ἐπιτείνειν τε καὶ ἀνιέναι τὴν φωνὴν ἐν τῷ διαλέγεσθαι. μουσικὸν δ' ἐστὶ μέλος, περὶ ὃ καὶ ἡ ἁρμονικὴ καταγίνεται τὸ διαστηματικόν· τὸ ἐκ φθόγγων τε καὶ διαστημάτων συγκείμενον. Δεῖ γὰρ εἰδέναι ἐν τούτῳ, διαστηματικὴν, τὴν τῆς φωνῆς γένεσιν· καὶ πλείονας εἶναι τὰς μονάς. Οὐ μόνον δὲ ἐκ διαστημάτων, καὶ φθόγγων δεῖ συνεστάναι τὸ ἡρμοσμένον μέλος· καὶ ἔχειν τὴν προσήκουσαν τάξιν· ἀλλὰ προσδεῖται, καὶ ποιᾶς τινὸς θέσεως, καὶ οὐ τῆς τυχούσης. τὸ γὰρ ἐκ διαστημάτων, καὶ φθόγγων συνεστάναι· κοινὸν καὶ τῷ ἀναρμόστῳ, ὥστε εἰς τὴν ὀρθῶς γινομένην σύστασιν τοῦ μέλους· τὸ πλεῖστον ἔχον ῥοπὴν, περὶ τὴν σύνθεσιν· καὶ ποῦ τὴν ταύτης ἰδιότητα ὑποτηπτέον εἶναι. Τοῦ μὲν ἐπὶ τῆς λέξεως μέλους διοίσει τὸ μουσικὸν, τῷ διαστηματικῇ κεχρῆσθαι κινήσει τῆς φωνῆς. τοῦ δὲ ἀναρμόστου τε καὶ διημαρτημένου, τῇ τῆς συνθέσεως διαφορᾷ τῶν διαστημάτων. ἀλλὰ ταῦτα μὲν περὶ μέλους.

Μελοποιΐα δ' ἐστὶ χρῆσις τῶν ὑποκειμένων τῇ ἁρμονικῇ πραγματείᾳ, πρὸς τὸ οἰκεῖον ἑκάστης ὑποθέσεως ἢ δύναμις κατασκευαστικὴ μέλους. Ταύτης δὲ, ἡ μὲν ὑπατοειδής ἐστὶν, ἡ δὲ μεσοειδής, ἡ δὲ νητοειδής· κατὰ τὰς προειρημένας ἡμῖν περὶ φωνῆς ἰδιότητας. Μέρη δ' αὐτῆς τρία λῆψις, μίξις, καὶ χρῆσις. Λῆψις μὲν

ἐστὶ

ἐστὶ δι᾽ ἧς συνίεμεν τῷ μουσικῷ περιγίνεται ἀπὸ τινὸς τόπου τῆς φωνῆς τὸ διάστημα ποιητέον. πότερον ὑπατοειδοῦς, ἢ τῶν λοιπῶν τινος. Μίξις δὲ δι᾽ ἧς, ἤτοι τοὺς φθόγγους, ἀλλήλοις: ἢ τοὺς τόπους τῆς φωνῆς ἁρμόζομεν: ἢ γένη μελῳδίας. ἢ τρόπων συστήματα. Χρῆσις δὲ, ἡ ποία τῆς μελῳδίας ἀπεργασία. ταύτης δὲ πάλιν εἴδη τέσσαρα. ἀγωγὴ, πλοκὴ, πεττεία, τονὴ, ἀγωγῆς μὲν οὖν εἴδη τρία. εὐθεῖα, ἀνακάμπτουσα, περιφερής. Εὐθεῖα μὲν οὖν ἐστὶν, ἡ διὰ τῶν ἑξῆς φθόγγων τὴν ἐπίτασιν ποιουμένη. Ανακάμπτουσα δὲ ἡ κατὰ συνημμένων μὲν ἐπιτείνουσα: κατὰ διεζευγμένων δὲ ἀνιεῖσα: ἢ ἐναντίως. αὕτη δὲ καὶ ἐν ταῖς μεταβολαῖς θεωρεῖται. Πλοκὴ δ᾽ ἐστὶν ἡ διὰ τῶν ὑπερβατῶν διαστημάτων, ἢ φθόγγων δύο ἢ καὶ πλειόνων, ἵνα προϊεμένη τόνον: ἤτοι τὰ βαρέα τούτων, ἢ τὰ ὀξύτατα προτάττουσα: καὶ τὸ μέλος ἀπεργαζομένη. Πεττεία δὲ ἡ ἐφ᾽ ἑνὸς τόνου πολλάκις γενομένη πλῆξις: καὶ ἡ γινώσκομεν τινὰς μὲν τῶν φθόγγων θετέον: τινὰς δὲ παραληπτέον: καὶ ὁσάκις ἕκαστον αὐτῶν, καὶ ἀπό τινος ἀρκτέον: καὶ εἰς ὃν καταληπτέον. αὕτη δὲ καὶ τοῦ ἤθους παραστατική. Τονὴ δ᾽ ἐστὶν, ἡ ἐπὶ πλείονα χρόνον μονὴ, κατὰ μίαν γινομένη προφορὰν: ἢ ὅταν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ φθόγγου: πλείονες λέξεις μελῳδῶνται.

Διαφέρει δὲ μελοποιία μελῳδίας. ἡ μὲν γὰρ ἀπαγγελία μέλους ἐστίν: ἡ δὲ ἕξις ποιητική. τρόποι δὲ μελοποιίας, γένει μὲν τρεῖς. Νομικὸς διθυραμβικὸς. τραγικὸς, ὁ μὲν οὖν νομικὸς τρόπος, ἐστὶ νητοειδὴς, ὁ δὲ διθυραμβικὸς, μεσοειδής. ὁ δὲ τραγικὸς, ὑπατοει-

δῆς. Εἰσὶν δὲ συστήκονται πλείους, ὡς δυνατὸν δι' ὁμοιότητα τῆς γενικῆς ὑποβάλλειν. Ἐρωτικοί τε καλοῦνταί τινες, ὧν ἴδιοι ἐπιθαλάμιοι, καὶ κωμικοὶ, καὶ ἐγκωμιαστικοί. Τρόποι δὲ λέγονται, διὰ τὸ συνεμφαίνειν πως τὸ ἦθος, κατὰ τὰ μέλη τῆς διανοίας.

Διαφέρουσι δὲ ἀλλήλων αἱ μελοποιΐαι, γένει, ὡς ἐναρμόνιος, χρωματική, διάτονος: Συστήματι, ὡς Νητοειδὴς, Μεσοειδὴς, ὑπατοειδής. Τόνῳ ὡς Δώριος, φρύγιος, Λύδιος. Τρόπῳ, νομικῷ, διθυραμβικῷ, τραγικῷ. Ἤθει ὡς φαμὲν, τὴν μὲν συσταλτικὴν, δι' ἧς πάθη λυπηρὰ κινοῦμεν. τὴν δὲ διαστηματικὴν: δι' ἧς τὸν θυμὸν, ἐξεγείρομεν. τὴν δὲ μέσην, δι' ἧς ἠρεμίαν τὴν ψυχὴν περιάγομεν. ἤθη δὲ ταῦτα ἐκαλεῖτο, ἐπειδὴ τὰ τῆς ψυχῆς καταστήματα διὰ τούτο ἐθεωροῦντε καὶ διωρθοῦτο. εἰ μὴ καὶ μὴ ἐκ μόνων: καὶ γὰρ μεταβολὴ μελοποιΐοις γίνεται, ὅταν ἐκ διαστηματικοῦ ἤθους, εἰς συσταλτικὸν, ἢ εἰς ἡσυχαστικὸν, ἢ ἐξ ἡσυχαστικοῦ, εἴς τι τῶν λοιπῶν ἡ μεταβολὴ γένοιτο.

Ἔστι δὲ διαστηματικὸν μὲν ἦθος μελοποιΐας: δι' οὗ σημαίνεται μεγαλοπρέπεια, καὶ διάρμα ψυχῆς ἀνδρῶδες: καὶ πράξεις ἡρωϊκαί: καὶ πάθη τούτοις οἰκεῖα. καθάπερ ἐν τῷ περὶ μεταβολῆς εἴρηται. χρῆται δὲ τούτοις μάλιστα μὲν ἡ τραγῳδία, καὶ τῶν λοιπῶν ὅσα τούτου ἔχεται τοῦ χαρακτῆρος.

Συσταλτικὸν δὲ δι' οὗ συνάγεται ἡ ψυχὴ εἰς ταπεινότητα: καὶ ἄνανδρον διάθεσιν. ἁρμόσει δὲ τὸ τοιοῦτον κατάστημα, τοῖς ἐρωτικοῖς πάθεσι καὶ θρήνοις, καὶ οἴκτοις, καὶ τοῖς παραπλησίοις.

Ἡσυχα

Ἡσυχαστικὸν δ' ἦθος ἐστὶ μελοποιΐας οὗ παρέπεται ἠρεμότης ψυχῆς: καὶ κατάστημα ἐλευθέριόν τε, καὶ εἰρηνικόν. ἁρμόσουσι δ' αὐτῷ, ὕμνοι, παιᾶνες, ἐγκώμια, συμβουλαί: καὶ τὰ τούτοις ὅμοια.

ΤΕΛΟΣ.

Græcum Scholion in definitiones Euclidis, libri quinti elementorum, appendicis loco, propter pagellas vacantes annexum.

ΜΕΡΟΣ.) Κατὰ μὲν τοὺς πολλοὺς, μέρος ἐστὶ τὸ τοῦ ὁμοειδοῦς ἔλαττον. οἷον, ὁ γ τοῦ ε. Κατὰ δὲ τὸν γεωμέτρην, τὸ μετροῦν τὸν μείζονα ἰσάκις: τουτ' ἐστὶν, ὅταν τὸ καταλειπόμενον, ἴσον ᾖ τῷ καταμετροῦντι: ὅταν δὲ τὸ καταλειπόμενον, μὴ ἴσον ᾖ, τῷ μετροῦντι: τὸ μετροῦν, οὐκ ἐστὶ μέρος, ἀλλὰ μέρη. οἷον ὁ γ, μετρῶν τὸν ε. καταλιμπάνει δύο: ἅπερ οὐκ ἐστὶν ἴσα τῷ γ. διόπερ τὰ γ, οὐκ ἐστὶν μέρος τῶν ε: ἀλλὰ μέρη τρία γὰρ πέμπτα.

Λόγος.) Τὸ μὲν λόγος προσέθηκεν: ἵνα σημαίνει τὴν σχέσιν: τὸ δὲ δύο μεγεθῶν: ἵνα χωρήσει τῶν ἄλλων εἰδῶν τοῦ ποσοῦ: τὸ δὲ ὁμογενῶν: ἵνα μὴ γραμμὴν πρὸς ἐπιφάνειαν, συγκρίνει τις. ταῦτα γὰρ ἄλογα πρὸς ἄλ-

λυλα. Τὸ δὲ κατὰ πηλικότητα: ἵνα χωρήσει τῶν ἀπείρων μεγεθῶν. πηλικότης γὰρ τὸ πέρας ἐστὶ τοῦ συνεχοῦς ποσοῦ: καὶ ποσότης τοῦ διωρισμένου. Τὸ γὰρ διωρισμένον ποσὸν, οὐ μέγεθος. πλῆθος γάρ. τὸ δὲ ποῖα σχέσις ὅτι πέντε εἰσὶ τὰ εἴδη τῶν σχέσεων.

Ὁμογενῶν.) ὁμογενῶν εἶπεν, ὅτι τὰ μὴ ὁμογενῆ οὐ δύναται ἔχειν λόγον πρὸς ἄλληλα· οὔτε γὰρ γραμμὴ πρὸς ἐπίπεδον ἐπιφάνειαν, οὔτε ἐπίπεδον πρὸς στερεὸν δύναται λόγον ἔχειν: ἀλλὰ γραμμὴ πρὸς γραμμήν: καὶ ἐπιφάνεια πρὸς ἐπιφάνειαν: καὶ ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον. Τὸ δὲ μεγεθῶν πρόσκειται ἐκ διορισμοῦ, τῶν σχέσιν μὴ ἐχόντων πρὸς ἄλληλα: οὐ μέντοι τὴν κατὰ μέγεθος. οἷον πατρὸς, πρὸς υἱόν. καὶ φίλου πρὸς φίλον: καὶ δέξιον, καὶ ἀριστεροῦ. Λέγεται δὲ καὶ ἄλλη σχέσις, κατὰ τὸ ἔχειν καὶ ἐλλείπειν.

Λόγον ἔχειν.) Ἐπὶ μὲν τῶν ἀριθμῶν, πᾶς λόγος ῥητὴν ἔχει ποσότητα: ἐπὶ δὲ τῶν μεγεθῶν, ἐστί τις λόγος: ὃς οὐ δύναται ῥηθῆναι ἀριθμῷ. ἐστὶ γάρ τινα, ὧν μόνη μὲν γινώσκεται: ἡ πρὸς τὸ ἕτερον ὑπεροχή: ἡ δὲ ποσότης τῆς ὑπεροχῆς ἐστὶν ἄγνωστος, ταῦτα τοίνυν λόγον λέγεται, ἔχειν τῆς ὑπεροχῆς: οὐκέτι δὲ ὃν ἀριθμὸς, πρὸς ἀριθμόν: τοῦτ᾽ ἐστὶ ῥητόν: καὶ διὰ τοῦτο προστέθεικεν ἐν τῷ ὁρισμῷ τοῦ λόγου τῶν μεγεθῶν: τὸ κατὰ πηλικότητα. ὁ μὲν γὰρ ῥητὸς καὶ κατὰ πηλικότητα καὶ κατὰ ποσότητα ἐστί: οὐ πάντως δὲ ὁ κατὰ πηλικότητα: καὶ ῥητός. Καθολικώτερον οὖν ὁριζόμενος, τὰ τῶν λόγων, τίνα ἐστίν: ἐπήγαγεν ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν, ἐφαρμόζει γὰρ καὶ τῷ ῥητῷ, καὶ τῷ μὴ ῥητῷ. οἷον

ἡ τοῦ.

ἡ τοῦ τετραγώνου διάμετρος: ὡς μὲν ἐν ῥητοῖς λόγοις, πρὸς τὴν πλευρὰν ἄλογος. ὡς δὲ ἐν ὑπεροχῇ, λόγον ἔχει ὃν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλαττον: καὶ δύναται ἡ πλευρὰ πολλαπλασιαζομένη, ποτὲ τῆς διαμέτρου ὑπερέχειν. Ἐν τῷ αὐτῷ.) Οὕτως κἄν τις διὰ ἀριθμῶν τὰ τῶν λόγων, πῶς ἔχουσι: σαφηνείας χάριν ἐκθείη. Ἔστωσαν ἀριθμοὶ τέσσαρες ἐφεξῆς, καὶ δέον ἔστω γνῶναι: ἤπερ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν ὁ πρῶτος πρὸς δεύτερον: καὶ ὁ τρίτος πρὸς τέταρτον: ἢ μείζονα λόγον ἔχει ὁ πρῶτος πρὸς δεύτερον: ἤπερ ὁ τρίτος πρὸς τέταρτον, ἢ ἐλάσσονα. Πολλαπλασιασθήτωσαν ὁ τρίτος καὶ ὁ τέταρτος ἐπ' ἀλλήλους: ἵνα οἱ ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ γένωνται ἴσοι. Εἶτα πολλαπλασιασθήτωσαν ὁ μὲν πρῶτος ἐπὶ τὸν τέταρτον: ὁ δὲ δεύτερος ἐπὶ τὸν τρίτον. καὶ ἐὰν ὦσι οἱ ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ πρώτου καὶ δευτέρου ἴσοι: φήσομεν, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἶναι πρῶτον πρὸς δεύτερον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον. εἰ δὲ μείζων ὁ ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ πρώτου: τοῦ ἐκ τοῦ πολλαπλασισμοῦ τοῦ δευτέρου: μείζονα λόγον ἔχειν τὸν πρῶτον πρὸς τὸν δεύτερον, ἤπερ τὸν τρίτον πρὸς τὸν τέταρτον. εἰ δὲ ἐλάσσων ὁ ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ πρώτου: τοῦ ἐκ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ δευτέρου: ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τὸν πρῶτον πρὸς τὸν δεύτερον: ἤπερ τὸν τρίτον πρὸς τὸν τέταρτον. Ὑποδείγματα τοῦ μὲν ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται ἀριθμοὶ οὗτοι. ιβ. ϛ. η. δ. πολλαπλασιασθείτωσαν ἐπ' ἀλλήλους, ὁ μὲν η, ἐπὶ τὸν δ: γίνονται λβ. ὁ δὲ δ ἐπὶ τὸν η: γίνονται πάλιν λβ. Ὁμοίως πολλαπλασιασθείτωσαν ὁ μὲν ιβ, ἐπὶ τὸν δ: γίνονται μη: ὁ δὲ ϛ ἐπὶ τὸν η: γίνονται μη. Καὶ φανερὸν ὅτι ἐν τῷ

αὐτῷ

αὐτῷ λόγῳ εἰσίν· ὅτι ιβ πρὸς τὸν ς· καὶ ὁ η, πρὸς τὸν δ. Τοῦ δὲ μείζονα λόγον ἔχειν τὸν πρῶτον πρὸς τὸν δεύτερον· ὅπερ τὸν τρίτον πρὸς τὸν τέταρτον ἀριθμοὶ οὗτοι ι. δ. ς. γ. πολλαπλασιασθήτωσαν ἐπ' ἀλλήλους ὁ μὲν ς, ἐπὶ τὸν γ· γίνονται ιη· καὶ ὁ γ, ἐπὶ τὸν ς γίνονται ὁμοίως ιη· εἶτα ὁ ι, ἐπὶ τὸν γ· γίνονται λ. ὁ δὲ δ ἐπὶ τὸν ς· γίνονται κδ. καὶ πάλιν φανερόν, ὅτι μείζονα λόγον ἔχειν ὁ ι, πρὸς τὸν δ· ἤπερ ὁ ς πρὸς τὸν γ. Τοῦ δὲ ἐλάσσονα ἔχειν λόγον τὸν πρῶτον πρὸς τὸν δεύτερον· ἤπερ τὸν τρίτον πρὸς τὸν τέταρτον. ἀριθμοὶ οὗτοι. ιβ. ζ. ιη. θ. οἱ ιη ἐπὶ τὸν θ, γίνονται ρξβ. καὶ ὁ θ, ἐπὶ τὸν ιη, πάλιν ρξβ. Εἶτα ὁ ιβ ἐπὶ τὸν θ. γίνονται ρη. καὶ ὁ ζ ἐπὶ τὸν ιη· γίνονται ρκς. Καὶ φανερὸν ὅτι ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον· ἐλάσσονα λόγον ἔχει· ἤπερ ὁ τρίτος πρὸς τὸν τέταρτον.

Ὅταν δὲ τρία μεγέθη.) Οὐ λέγει ὅτι δύο λόγοι τοῦ ἑνὸς διπλάσιοι εἰσί· καὶ τοῦτο μὲν γάρ. ἀλλ' ὅτι ὁ λόγος, ὁ ἐκ τῶν δύο, διπλάσιός ἐστιν. ὡς η. δ. β. ἢ θ, γ, α. Καὶ γὰρ ἐν μὲν τοῖς πρώτοις· δύο μὲν διπλάσιοι λόγοι εἰσὶ συνεχεῖς· ἤτοι ὃν ἔχει ὁ η, πρὸς τὸν δ· καὶ ὁ δ, πρὸς τὸν β. ἀλλ' ὁ η πρὸς τὸν β, ἤτοι ὁ πρῶτος πρὸς τὸν τρίτον· οὐκ ἔχει λόγον διπλάσιον ὃν ἔχει πρὸς τὸν β· τουτέστι τὸν δεύτερον. ἀλλὰ δὶς τὸν διπλάσιον· ἤτοι ὃν ἔχει ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον· καὶ ὃν ἔχει ὁ δεύτερος πρὸς τὸν τρίτον. Ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν τριπλασίων τοῦ θ, γ, α, ἔχει μὲν γὰρ ὁ θ, πρὸς τὸν γ· λόγον τριπλασίονα· καὶ ὁ γ, πρὸς τὴν μονάδα λόγον ὡσαύτως. τριπλάσιον, ἀλλ' ὁ θ πρὸς τὴν μονάδα· δὶς λέγεται ἔχειν τὸν λόγον· ὃν ἔχει πρὸς τὸν γ. μεταξὺ γὰρ τοῦ θ, γ, α. δύο λόγοι εἰσὶ τριπλάσιοι·

καὶ

καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ὁμοίως. Καὶ οὕτω μὲν ἐὰν τρία ἐςὶ τὰ ἀνάλογα μεγέθη. ἐὰν ᾖ τέσσαρα, τὸ πρῶτον, πρὸς τὸ τέταρτον· τριπλασίονα λόγον ἔχει· ὃν ἔχει πρὸς τὸν δεύτερον. μεταξὺ γὰρ τεσσάρων ἀριθμῶν, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ κειμένων· τρεῖς οἱ αὐτοὶ λόγοι εἰσὶ. καὶ διὰ τοῦτο λέγεται ὁ πρῶτος πρὸς τὸν τέταρτον ἔχειν τρεῖς τὸν λόγον, ὃν ἔχει πρὸς τὸν δεύτερον· τοῦτ' ἐςὶ τριπλάσιον.

Σύνθεσις λόγου.) Οἱ νεώτεροι τοῦτον προσεθήκαν τὸν ὅρον. οὐδὲ γὰρ σύνθεσις μεγεθῶν, ταυτὸν ἐςὶ τῇ τῶ λόγου συνθέσει. ἐνταῦθα γὰρ, τὸ ἡγούμενον μετὰ τοῦ ἑπομένου συντιθέμενον μέγεθος μεγέθει· τὸ ὅλον μέγεθος ποιεῖ συγκείμενον ἐκ μεγεθῶν· ἴσον τοῖς συγκειμένοις. ἡ δὲ τῶν λόγων σύνθεσις· ἄλλον ποιεῖ λόγον. ὡς αὐτὸς ἐν τοῖς ἑξῆς ἐρεῖ. Λόγος γὰρ φησὶ ἐκ λόγων συγκεῖσθαι· καὶ τὰ ἑξῆς. Ὡς δ' ἐγὼ ἐν τοῖς παλαιοτέροις εὗρον βιβλίοις· τὴν σύνθεσιν ταύτην· συνθέντι λόγον λέγει. Καὶ γὰρ πρὸ τῶν ἐν τοῖς θεωρήμασιν ὁ στοιχειωτὴς· συνθέντι φησίν· ὅμως καὶ οὕτως λειμένου· πάλιν ἐκ τοῦ συνθέντι σύνθεσις, νοεῖται. οἶμαι δὲ κρείττον εἶναι λέγεσθαι· σύνθεσιν ὅρων καὶ μὴ λόγου. ὅρους δὲ λέγω αὐτὰ τὰ ἐκκείμενα μεγέθη· καὶ οὐχὶ τὴν σχέσιν ἣν ἔχουσι πρὸς ἄλληλα. ὁμοίως δὲ καὶ ἡ διαίρεσις· οὐ νοεῖται λόγου διαίρεσις ὡς φέρε εἰπεῖν· διπλασίου εἰς ἡμιόλιον καὶ ἐπὶ τρίτον· ἢ τριπλασίου, εἰς ἡμιόλιον, καὶ διπλάσιον· ἀλλὰ διαίρεσις τῶν μεγεθῶν. ἡ γὰρ ὑπεροχὴ τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἑπόμενον· θεωρεῖται πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

Τεταραγμένη.) Ὡς ὁ η, πρὸς τὰ δ: ὁ ϛ πρὸς τὰ γ. ὡς δὲ δ, πρὸς τὴν μονάδα: ὁ η δ, πρὸς τὸν ϛ.

η δ α.

ηδ ϛ γ

ΤΕΛΟΣ.

ARGENTORATI.
Excudebat Nicolaus Vvíriot, Anno. M. D. LXXIII.